

**WYMAGANIA EDUKACYJNE Z MATEMATYKI**  
**ORAZ FORMY I SPOSOBY SPRAWDZANIA OSIĄGNIĘĆ UCZNIÓW**

**I . Wymagania edukacyjne na poszczególne oceny**

Ocena	Otrzymuje uczeń, który:
celujący	<ul style="list-style-type: none"><li>• osiągnął pełny poziom wymagań programowych,</li><li>• biegle posługuje się zdobytymi wiadomościami w rozwiązywaniu problemów teoretycznych lub praktycznych,</li><li>• proponuje rozwiązania nietypowe,</li><li>• samodzielnie formułuje problemy, dokonuje ich analizy, określa strategię działania, rozwiązuje zadania złożone,</li><li>• biegle posługuje się językiem matematycznym,</li><li>• systematycznie i aktywnie uczestniczy w lekcji,</li><li>• systematycznie odrabia pracę domową.</li></ul>
bardzo dobry	<ul style="list-style-type: none"><li>• opanował pełny zakres wiedzy i umiejętności określony programem nauczania w danej klasie,</li><li>• sprawnie posługuje się zdobytymi wiadomościami w rozwiązywaniu zadań problemowych,</li><li>• wykazuje się umiejętnością przetwarzania i syntetyzowania posiadanej wiedzy,</li><li>• poprawnie posługuje się terminologią matematyczną,</li><li>• umie korzystać z różnych źródeł wiedzy,</li><li>• samodzielnie rozwiązuje zadania rachunkowe i problemowe,</li><li>• samodzielnie określa i stosuje strategię działania w nowych sytuacjach</li><li>• systematycznie i aktywnie uczestniczy w lekcji,</li><li>• systematycznie odrabia pracę domową.</li></ul>

dobry	<ul style="list-style-type: none"> <li>• opanował w dużym zakresie wiadomości i umiejętności ujęte w podstawie programowej,</li> <li>• poprawnie stosuje wiadomości do rozwiązywania typowych zadań, a niekiedy także sytuacji problemowych,</li> <li>• wykazuje się umiejętnością formułowania wniosków,</li> <li>• prawidłowo posługuje się terminologią właściwą dla matematyki,</li> <li>• systematycznie i aktywnie uczestniczy w lekcji,</li> <li>• systematycznie odrabia pracę domową.</li> </ul>
dostateczny	<ul style="list-style-type: none"> <li>• opanował najważniejsze wiadomości z podstawy programowej,</li> <li>• samodzielnie rozwiązuje typowe zadania teoretyczne i praktyczne, a zadania nietypowe wykonuje przy pomocy nauczyciela,</li> <li>• zna podstawowe pojęcia, wzory i twierdzenia matematyczne i potrafi zastosować je w rozwiązaniu zadania,</li> <li>• na ogół prawidłowo stosuje język matematyki, nie popełnia przy tym rażących błędów merytorycznych</li> <li>• odrabia pracę domową</li> </ul>
dopuszczający	<ul style="list-style-type: none"> <li>• opanował wiadomości i umiejętności niezbędne w dalszej edukacji,</li> <li>• ma spore braki, ale nie przekreślają one możliwości zdobycia podstawowej wiedzy z matematyki w ciągu dalszej nauki,</li> <li>• zna podstawowe pojęcia, wzory i twierdzenia matematyczne i z pomocą nauczyciela potrafi zastosować je w rozwiązaniu zadania,</li> <li>• niesystematycznie wywiązuje się z zadań edukacyjnych, jednak podejmuje próbę uzupełnienia zaległości</li> </ul>
niedostateczny	<ul style="list-style-type: none"> <li>• nie opanował koniecznych wiadomości i umiejętności przewidzianych w podstawie programowej,</li> <li>• braki uniemożliwiają mu dalsze zdobywanie wiedzy z przedmiotu,</li> <li>• nie potrafi rozwiązać zadań teoretycznych lub praktycznych o elementarnym stopniu trudności, nawet z pomocą nauczyciela,</li> <li>• nie zna podstawowych wzorów, pojęć i twierdzeń matematycznych,</li> <li>• nie wykonuje zadań edukacyjnych, nie podejmuje prób uzupełnienia zaległości</li> </ul>

## **II. Formy sprawdzania wiedzy**

- praca klasowa
- sprawdzian
- sprawdzian maturalny
- test
- test maturalny
- kartkówka
- odpowiedź ustna
- aktywność
- prezentacja
- referat
- konkurs szkolny
- konkurs pozaszkolny
- praca domowa
- praca na lekcji
- prace projektowe
- inne

### III. Wymagania podstawy programowej dla poszczególnych klas i poziomów

#### Klasa I – zakres podstawowy

TEMAT	WYMAGANIA SZCZEGÓŁOWE Z PODSTAWY PROGRAMOWEJ
<b>ZBIORY</b>	
Przedziały liczbowe	<b>I. Liczby rzeczywiste.</b> Uczeń: 6) posługuje się pojęciem przedziału liczbowego, zaznacza przedziały na osi liczbowej.
<b>WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE</b>	
Zapisywanie i przekształcanie wyrażeń algebraicznych	<b>IV*. Przekształcanie wyrażeń algebraicznych. Sumy algebraiczne i działania na nich.</b> Uczeń: 1) porządkuje jednomiany i dodaje jednomiany podobne (tzn. różniące się jedynie współczynnikiem liczbowym); 2) dodaje i odejmuje sumy algebraiczne, redukując wyrazy podobne; 3) mnoży sumy algebraiczne przez jednomian i dodaje wyrażenia powstałe z mnożenia sum algebraicznych przez jednomiany; 4) mnoży dwumian przez dwumian, redukując wyrazy podobne.
Wyłączanie wspólnego czynnika przed nawias	<b>II. Wyrażenia algebraiczne.</b> Uczeń: 3) wyłącza poza nawias jednomian z sumy algebraicznej.
Wzory skróconego mnożenia	<b>II. Wyrażenia algebraiczne.</b> Uczeń: 1) stosuje wzory skróconego mnożenia na: $(a + b)^2$ , $(a - b)^2$ , $a^2 - b^2$ .
Przekształcanie wzorów	<b>VI*. Równania z jedną niewiadomą.</b> Uczeń: 5) przekształca proste wzory, aby wyznaczyć wskazaną wielkość we wzorach geometrycznych (np. pól figur) i fizycznych (np. dotyczących prędkości, drogi i czasu). <b>III. Równania i nierówności.</b> Uczeń: 1) przekształca równania i nierówności w sposób równoważny w tym np. przekształca równoważnie równanie $\frac{5}{x+1} = \frac{x+3}{2x-1}$ .
Twierdzenia. Dowodzenie twierdzeń	<b>I. Liczby rzeczywiste.</b> Uczeń: 2) przeprowadza proste dowody dotyczące podzielności liczb całkowitych i reszt z dzielenia. <b>Twierdzenia, dowody.</b> 1) Istnienie nieskończenie wielu liczb pierwszych.
<b>POTĘGI I PIERWIĄSTKI</b>	
Potęgi o wykładnikach całkowitych	<b>I. Liczby rzeczywiste.</b> Uczeń: 1) wykonuje działania (... , potęgowanie, ...) w zbiorze liczb rzeczywistych;

	<p>4) stosuje (...) prawa działań na potęgach i pierwiastkach;                      5) stosuje monotoniczność potęgowania, w szczególności własności:                      jeśli <math>x &lt; y</math> oraz <math>a &gt; 1</math>, to <math>a^x &lt; a^y</math>, zaś gdy <math>x &lt; y</math> i <math>0 &lt; a &lt; 1</math>, to <math>a^x &gt; a^y</math>.</p> <p><b>Twierdzenia, dowody.</b>                      4) Podstawowe własności potęg (o wykładnikach całkowitych wymiernych) i logarytmów.</p>
Pierwiastki	<p><b>I. Liczby rzeczywiste.</b> Uczeń:                      1) wykonuje działania (... , pierwiastkowanie, ...) w zbiorze liczb rzeczywistych;                      3) stosuje własności pierwiastków dowolnego stopnia, w tym pierwiastków stopnia nieparzystego z liczb ujemnych;                      4) stosuje związek pierwiastkowania z potęgowaniem oraz prawa działań na potęgach i pierwiastkach.</p> <p><b>Twierdzenia, dowody.</b>                      2) Niewymierność liczby <math>\sqrt{2}</math> (...).</p>
Potęgi o wykładnikach wymiernych	<p><b>I. Liczby rzeczywiste.</b> Uczeń:                      1) wykonuje działania (... , potęgowanie, ...) w zbiorze liczb rzeczywistych;                      4) stosuje związek pierwiastkowania z potęgowaniem oraz prawa działań na potęgach i pierwiastkach;                      5) stosuje monotoniczność potęgowania, w szczególności własności:                      jeśli <math>x &lt; y</math> oraz <math>a &gt; 1</math>, to <math>a^x &lt; a^y</math>, zaś gdy <math>x &lt; y</math> i <math>0 &lt; a &lt; 1</math>, to <math>a^x &gt; a^y</math>.</p>
Potęgi o wykładnikach rzeczywistych	<p><b>I. Liczby rzeczywiste.</b> Uczeń:                      1) wykonuje działania (... , potęgowanie, ...) w zbiorze liczb rzeczywistych;                      4) stosuje związek pierwiastkowania z potęgowaniem oraz prawa działań na potęgach i pierwiastkach;                      5) stosuje monotoniczność potęgowania, w szczególności własności:                      jeśli <math>x &lt; y</math> oraz <math>a &gt; 1</math>, to <math>a^x &lt; a^y</math>, zaś gdy <math>x &lt; y</math> i <math>0 &lt; a &lt; 1</math>, to <math>a^x &gt; a^y</math>.</p>
<b>LOGARYTMY</b>	
Pojęcie logarytmu	<p><b>I. Liczby rzeczywiste.</b> Uczeń:                      1) wykonuje działania (... , logarytmowanie) w zbiorze liczb rzeczywistych;                      9) stosuje związek logarytmowania z potęgowaniem (...).</p>
Własności logarytmów	<p><b>I. Liczby rzeczywiste.</b> Uczeń:                      1) wykonuje działania (... , logarytmowanie) w zbiorze liczb rzeczywistych;                      9) stosuje związek logarytmowania z potęgowaniem, posługuje się wzorami na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi.</p> <p><b>Twierdzenia, dowody.</b> Zakres podstawowy                      2) Niewymierność liczby <math>\log_2 5</math> (...);                      4) Podstawowe własności potęg (o wykładnikach całkowitych i wymiernych) i logarytmów.</p>
<b>RÓWNAŃ, NIERÓWNOŚCI, UKŁADY RÓWNAŃ</b>	
Rozwiązywanie równań	<p><b>III. Równania i nierówności.</b> Uczeń:                      1) przekształca równania (...) w sposób równoważny, w tym np. przekształca równoważnie równanie <math>\frac{5}{x+1} = \frac{x+3}{2x-1}</math>.</p>

	2) interpretuje równania sprzeczne oraz tożsamościowe.
Wielkości wprost proporcjonalne i odwrotnie proporcjonalne	<p><b>VII.* Proporcjonalność prosta.</b>                  Uczeń:                  1) podaje przykłady wielkości wprost proporcjonalnych;                  2) wyznacza wartość przyjmowaną przez wielkość wprost proporcjonalną w przypadku konkretnej zależności proporcjonalnej, na przykład wartość zakupionego towaru w zależności od liczby sztuk towaru;                  3) stosuje podział proporcjonalny.</p> <p><b>III. Równania i nierówności.</b> Uczeń:                  1) przekształca równania (...) w sposób równoważny, w tym np. przekształca równoważnie równanie <math>\frac{5}{x+1} = \frac{x+3}{2x-1}</math>.</p>
Rozwiązywanie nierówności	<p><b>III. Równania i nierówności.</b> Uczeń:                  1) przekształca (...) nierówności w sposób równoważny, w tym np. przekształca równoważnie równanie <math>\frac{5}{x+1} = \frac{x+3}{2x-1}</math>;                  2) interpretuje (...) nierówności sprzeczne oraz tożsamościowe;                  3) rozwiązuje nierówności liniowe z jedną niewiadomą.</p>
Układy równań	<p><b>IV. Układy równań.</b> Uczeń:                  1) rozwiązuje układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi, (...).</p>
Układy równań oznaczone, nieoznaczone i sprzeczne	<p><b>IV. Układy równań.</b> Uczeń:                  1) rozwiązuje układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi, podaje interpretację geometryczną układów oznaczonych, nieoznaczonych i sprzecznych.</p>
Zadania tekstowe	<p><b>IV. Układy równań.</b> Uczeń:                  1) rozwiązuje układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi, podaje interpretację geometryczną układów oznaczonych, nieoznaczonych i sprzecznych;                  2) stosuje układy równań do rozwiązywania zadań tekstowych.</p>
<b>FUNKCJE</b>	
Pojęcie funkcji	<p><b>V. Funkcje.</b> Uczeń:                  1) określa funkcje jako jednoznaczne przyporządkowanie za pomocą opisu słownego, tabeli, wykresu, wzoru (także różnymi wzorami na różnych przedziałach);                  2) oblicza wartość funkcji zadanej wzorem algebraicznym;                  3) odczytuje i interpretuje wartości funkcji określonych za pomocą tabel, wykresów, wzorów itp., również w sytuacjach wielokrotnego użycia tego samego źródła informacji lub kilku źródeł jednocześnie.</p>
Czytanie wykresów	<p><b>V. Funkcje.</b> Uczeń:                  4) odczytuje z wykresu funkcji: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, przedziały monotoniczności, przedziały, w których funkcja przyjmuje wartości większe (nie mniejsze) lub mniejsze (nie większe) od danej liczby, największe i najmniejsze wartości funkcji (o ile istnieją) w danym przedziale domkniętym oraz argumenty, dla których wartości największe i najmniejsze są przez funkcję przyjmowane.</p>
Monotoniczność funkcji	<p><b>V. Funkcje.</b> Uczeń:</p>

	4) odczytuje z wykresu funkcji: (...), przedziały monotoniczności, (...).
Wzór i wykres funkcji liniowej	<b>V. Funkcje.</b> Uczeń: 3) odczytuje i interpretuje wartości funkcji określonych za pomocą tabel, wykresów, wzorów itp., również w sytuacjach wielokrotnego użycia tego samego źródła informacji lub kilku źródeł jednocześnie; 4) odczytuje z wykresu funkcji: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, przedziały monotoniczności, przedziały, w których funkcja przyjmuje wartości większe (nie mniejsze) lub mniejsze (nie większe) od danej liczby, największe i najmniejsze wartości funkcji (o ile istnieją) w danym przedziale domkniętym oraz argumenty, dla których wartości największe i najmniejsze są przez funkcję przyjmowane; 5) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej.
Własności funkcji liniowej	<b>V. Funkcje.</b> Uczeń: 5) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej; 6) wyznacza wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie lub o jej własnościach.
Proporcjonalność prosta i odwrotna	<b>V. Funkcje.</b> Uczeń: 5) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej; 13) posługuje się funkcją $f(x) = \frac{a}{x}$ , w tym jej wykresem, do opisu i interpretacji zagadnień związanych z wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi, również w zastosowaniach praktycznych.
<b>RÓWNANIA KWADRATOWE</b>	
Równania kwadratowe w najprostszej postaci	<b>III. Równania i nierówności.</b> Uczeń: 4) rozwiązuje równania (...) kwadratowe.
Wyróżnik równania kwadratowego. Rozwiązywanie równań	<b>III. Równania i nierówności.</b> Uczeń: 4) rozwiązuje równania (...) kwadratowe. <b>Twierdzenia, dowody.</b> 3) Wzory na pierwiastki trójmianu kwadratowego.
<b>FUNKCJA KWADRATOWA</b>	
Parabola	<b>V. Funkcje.</b> Uczeń: 7) szkicuje wykres funkcji kwadratowej zadanej wzorem; 12) na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ szkicuje wykresy funkcji $y = f(x - a)$ , $y = f(x) + b$ .
Wzór funkcji kwadratowej w postaci ogólnej i kanonicznej	<b>V. Funkcje.</b> Uczeń: 8) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci ogólnej, kanonicznej (...); 9) wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie informacji o tej funkcji lub o jej wykresie; 10) wyznacza największą i najmniejszą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym.
Wzór funkcji kwadratowej w postaci iloczynowej	<b>III. Równania i nierówności.</b> Uczeń: 4) rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe. <b>V. Funkcje.</b> Uczeń: 8) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci ogólnej, kanonicznej i iloczynowej, (jeśli istnieje);

	9) wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie informacji o tej funkcji lub o jej wykresie; 10) wyznacza największą i najmniejszą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym.
Funkcja kwadratowa – podsumowanie	<b>V. Funkcje.</b> Uczeń: 7) szkicuje wykres funkcji kwadratowej zadanej wzorem; 8) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci ogólnej, kanonicznej i iloczynowej, (jeśli istnieje); 9) wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie informacji o tej funkcji lub o jej wykresie; 10) wyznacza największą i najmniejszą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym; 12) na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ szkicuje wykresy funkcji $y = f(x - a)$ , $y = f(x) + b$ .
Nierówności kwadratowe	<b>III. Równania i nierówności.</b> Uczeń: 4) rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe. <b>V. Funkcje.</b> Uczeń: 7) szkicuje wykres funkcji kwadratowej zadanej wzorem.
Zastosowania funkcji kwadratowej	<b>V. Funkcje.</b> Uczeń: 11) wykorzystuje własności funkcji liniowej i kwadratowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp., także osadzonych w kontekście praktycznym. <b>XIII. Optymalizacja i rachunek różniczkowy.</b> Uczeń: rozwiązuje zadania optymalizacyjne w sytuacjach dających się opisać funkcją kwadratową.

Klasa I – zakres rozszerzony

TEMAT	WYMAGANIA SZCZEGÓŁOWE Z PODSTAWY PROGRAMOWEJ
<b>ZBIORY</b>	
Przedziały liczbowe	<b>I. Liczby rzeczywiste.</b> Zakres podstawowy Uczeń: 6) posługuje się pojęciem przedziału liczbowego, zaznacza przedziały na osi liczbowej.
<b>WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE</b>	
Zapisywanie i przekształcanie wyrażeń algebraicznych	<b>II. Wyrażenia algebraiczne.</b> Zakres podstawowy Uczeń: 2) dodaje, odejmuje i mnoży wielomiany jednej i wielu zmiennych. <b>III.* Tworzenie wyrażeń algebraicznych z jedną i z wieloma zmiennymi</b> Uczeń:



	<p>3) Zapisuje zależności przedstawione w zadaniach w postaci wyrażeń algebraicznych jednej lub kilku zmiennych.</p> <p><b>IV.* Przekształcanie wyrażeń algebraicznych. Sumy algebraiczne i działania na nich.</b></p> <p>Uczeń:</p> <p>1) porządkuje jednomiany i dodaje jednomiany podobne (tzn. różniące się jedynie współczynnikiem liczbowym);</p> <p>2) dodaje i odejmuje sumy algebraiczne, redukując wyrazy podobne;</p> <p>3) mnoży sumy algebraiczne przez jednomian i dodaje wyrażenia powstałe z mnożenia sum algebraicznych przez jednomiany;</p> <p>4) mnoży dwumian przez dwumian, redukując wyrazy podobne.</p>
Wyłączanie wspólnego czynnika przed nawias	<p><b>II. Wyrażenia algebraiczne. Zakres podstawowy</b></p> <p>Uczeń:</p> <p>3) wyłącza poza nawias jednomian z sumy algebraicznej.</p> <p><b>II. Wyrażenia algebraiczne. Zakres rozszerzony</b></p> <p>Uczeń:</p> <p>2) rozkłada wielomiany na czynniki metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias oraz metodą grupowania wyrazów.</p>
Wzory skróconego mnożenia	<p><b>II. Wyrażenia algebraiczne. Zakres podstawowy</b></p> <p>Uczeń:</p> <p>1) stosuje wzory skróconego mnożenia na: <math>(a + b)^2</math>, <math>(a - b)^2</math>, <math>a^2 - b^2</math>.</p> <p><b>II. Wyrażenia algebraiczne. Zakres rozszerzony.</b></p> <p>Uczeń:</p> <p>5) korzysta ze wzorów na: <math>a^3 + b^3</math>, <math>a^3 - b^3</math>, <math>a^n - b^n</math>, <math>(a + b)^n</math> i <math>(a - b)^n</math>.</p> <p><b>Twierdzenia, dowody. Zakres rozszerzony.</b></p> <p>2. Wzór dwumianowy Newtona. Wzory skróconego mnożenia na <math>a^n \pm b^n</math> (...).</p>
Przekształcanie wzorów	<p><b>VI.* Równania z jedną niewiadomą.</b></p> <p>Uczeń:</p> <p>5) przekształca proste wzory, aby wyznaczyć zadaną wielkość we wzorach geometrycznych (np. pól figur) i fizycznych (np. dotyczących prędkości, drogi i czasu).</p>
Twierdzenia. Dowodzenie twierdzeń	<p><b>I. Liczby rzeczywiste. Zakres podstawowy</b></p> <p>Uczeń:</p> <p>2) przeprowadza proste dowody dotyczące podzielności liczb całkowitych i reszt z dzielenia.</p> <p><b>Twierdzenia, dowody. Zakres podstawowy.</b></p> <p>1. Istnienie nieskończenie wielu liczb pierwszych.</p>
<b>POTĘGI I PIERWIASKI</b>	
Potęgi o wykładnikach całkowitych	<p><b>I. Liczby rzeczywiste. Zakres podstawowy</b></p> <p>Uczeń:</p> <p>1) wykonuje działania (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie, pierwiastkowanie, logarytmowanie) w zbiorze liczb rzeczywistych;</p>

	<p>4) stosuje związek pierwiastkowania z potęgowaniem oraz prawa działań na potęgach i pierwiastkach;                      5) stosuje monotoniczność potęgowania, w szczególności własności: jeśli <math>x &lt; y</math> oraz <math>a &gt; 1</math>, to <math>a^x &lt; a^y</math>, zaś gdy <math>x &lt; y</math> i <math>0 &lt; a &lt; 1</math>, to <math>a^x &gt; a^y</math>;                      8) wykorzystuje własności potęgowania i pierwiastkowania w sytuacjach praktycznych, w tym do obliczania procentów składanych, zysków z lokat i kosztów kredytów.  <b>Twierdzenia, dowody.</b> Zakres podstawowy.                      4. Podstawowe własności potęg (o wykładnikach całkowitych wymiernych) i logarytmów.</p>
Pierwiastki	<p><b>I. Liczby rzeczywiste.</b> Zakres podstawowy                      Uczeń:                      1) wykonuje działania (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie, pierwiastkowanie, logarytmowanie) w zbiorze liczb rzeczywistych;                      3) stosuje własności pierwiastków dowolnego stopnia, w tym pierwiastków stopnia nieparzystego z liczb ujemnych;                      4) stosuje związek pierwiastkowania z potęgowaniem oraz prawa działań na potęgach i pierwiastkach.  <b>Twierdzenia, dowody.</b> Zakres podstawowy                      2. Niewymierność liczby <math>\sqrt{2}</math> (...).</p>
Potęgi o wykładnikach wymiernych	<p><b>I. Liczby rzeczywiste.</b> Zakres podstawowy.                      Uczeń:                      1) wykonuje działania (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie, pierwiastkowanie, logarytmowanie) w zbiorze liczb rzeczywistych;                      4) stosuje związek pierwiastkowania z potęgowaniem oraz prawa działań na potęgach i pierwiastkach;                      5) stosuje monotoniczność potęgowania, w szczególności własności: jeśli <math>x &lt; y</math> oraz <math>a &gt; 1</math>, to <math>a^x &lt; a^y</math>, zaś gdy <math>x &lt; y</math> i <math>0 &lt; a &lt; 1</math>, to <math>a^x &gt; a^y</math>.</p>
Potęgi o wykładnikach rzeczywistych	<p><b>I. Liczby rzeczywiste.</b> Zakres podstawowy                      Uczeń:                      1) wykonuje działania (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie, pierwiastkowanie, logarytmowanie) w zbiorze liczb rzeczywistych;                      4) stosuje związek pierwiastkowania z potęgowaniem oraz prawa działań na potęgach i pierwiastkach;                      5) stosuje monotoniczność potęgowania, w szczególności własności: jeśli <math>x &lt; y</math> oraz <math>a &gt; 1</math>, to <math>a^x &lt; a^y</math>, zaś gdy <math>x &lt; y</math> i <math>0 &lt; a &lt; 1</math>, to <math>a^x &gt; a^y</math>.</p>
<b>LOGARYTMY</b>	
Pojęcie logarytmu	<p><b>I. Liczby rzeczywiste.</b> Zakres podstawowy                      Uczeń:                      1) wykonuje działania (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie, pierwiastkowanie, logarytmowanie) w zbiorze liczb rzeczywistych;                      8) wykorzystuje własności potęgowania i pierwiastkowania w sytuacjach praktycznych, w tym do obliczania procentów składanych, zysków z lokat i kosztów kredytów;</p>
Własności logarytmów	

	<p>9) stosuje związek logarytmowania z potęgowaniem, posługuje się wzorami na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi.  <b>Twierdzenia, dowody.</b> Zakres podstawowy                  2. Niewymierność liczby <math>\log_2 5</math> (...).                  4. Podstawowe własności potęg (o wykładnikach całkowitych i wymiernych) i logarytmów.  <b>I. Liczby rzeczywiste.</b> Zakres rozszerzony                  Uczeń: (...) stosuje wzór na zamianę podstawy logarytmu.</p>
<b>RÓWNANIA, NIERÓWNOŚCI, UKŁADY RÓWNAŃ</b>	
Rozwiązywanie równań	<p><b>III. Równania i nierówności.</b> Zakres podstawowy                  Uczeń:                  1) przekształca równania (...) w sposób równoważny, w tym na przykład przekształca równoważnie równanie <math>\frac{5}{x+1} = \frac{x+3}{2x-1}</math>;                  2) interpretuje równania liniowe (...) sprzeczne oraz tożsamościowe.</p>
Wielkości wprost proporcjonalne i odwrotnie proporcjonalne	<p><b>VII.* Proporcjonalność prosta.</b>                  Uczeń:                  1) podaje przykłady wielkości wprost proporcjonalnych;                  2) wyznacza wartość przyjmowaną przez wielkość wprost proporcjonalną w przypadku konkretnej zależności proporcjonalnej, na przykład wartość zakupionego towaru w zależności od liczby sztuk towaru;                  3) stosuje podział proporcjonalny.</p>
Rozwiązywanie nierówności	<p><b>III. Równania i nierówności.</b> Zakres podstawowy                  Uczeń:                  1) przekształca (...) nierówności w sposób równoważny;                  2) interpretuje (...) nierówności liniowe sprzeczne oraz tożsamościowe;                  3) rozwiązuje nierówności liniowe z jedną niewiadomą.</p>
Równania i nierówności z wartością bezwzględną	<p><b>I. Liczby rzeczywiste.</b> Zakres podstawowy                  Uczeń:                  7) stosuje interpretację geometryczną i algebraiczną wartości bezwzględnej, rozwiązuje równania typu: <math> x + 4  = 5</math>.  <b>III. Równania i nierówności.</b> Zakres rozszerzony.                  Uczeń:                  4) rozwiązuje równania i nierówności z wartością bezwzględną.</p>
Układy równań	<p><b>IV. Układy równań.</b> Zakres podstawowy                  Uczeń:                  1) rozwiązuje układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi, podaje interpretację geometryczną układów oznaczonych, nieoznaczonych i sprzecznych.</p>
Układy oznaczone, nieoznaczone i sprzeczne	<p><b>IV. Układy równań.</b> Zakres podstawowy                  Uczeń:                  1) rozwiązuje układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi, podaje interpretację geometryczną układów oznaczonych, nieoznaczonych i sprzecznych.</p>

Zadania tekstowe	<p><b>IV. Układy równań.</b> Zakres podstawowy.                  Uczeń:                  2) stosuje układy równań do rozwiązywania zadań tekstowych.</p>
<b>FUNKCJE</b>	
Pojęcie funkcji	<p><b>V. Funkcje.</b> Zakres podstawowy                  Uczeń:                  1) określa funkcje jako jednoznaczne przyporządkowanie za pomocą opisu słownego, tabeli, wykresu, wzoru (także różnymi wzorami na różnych przedziałach);                  2) oblicza wartość funkcji zadanej wzorem algebraicznym;                  3) odczytuje i interpretuje wartości funkcji określonych za pomocą tabel, wykresów, wzorów itp., również w sytuacjach wielokrotnego użycia tego samego źródła informacji lub kilku źródeł jednocześnie.</p>
Czytanie wykresów	<p><b>V. Funkcje.</b> Zakres podstawowy                  Uczeń:                  1) określa funkcje jako jednoznaczne przyporządkowanie za pomocą opisu słownego, tabeli, wykresu, wzoru (także różnymi wzorami na różnych przedziałach);                  3) odczytuje i interpretuje wartości funkcji określonych za pomocą tabel, wykresów, wzorów itp., również w sytuacjach wielokrotnego użycia tego samego źródła informacji lub kilku źródeł jednocześnie;                  4) odczytuje z wykresu funkcji: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, przedziały monotoniczności, przedziały, w których funkcja przyjmuje wartości większe (nie mniejsze) lub mniejsze (nie większe) od danej liczby, największe i najmniejsze wartości funkcji (o ile istnieją) w danym przedziale domkniętym oraz argumenty, dla których wartości największe i najmniejsze są przez funkcje przyjmowane.</p>
Wzory i wykresy funkcji	<p><b>V. Funkcje.</b> Zakres podstawowy                  Uczeń:                  1) określa funkcje jako jednoznaczne przyporządkowanie za pomocą opisu słownego, tabeli, wykresu, wzoru (także różnymi wzorami na różnych przedziałach);                  2) oblicza wartość funkcji zadanej wzorem algebraicznym;                  3) odczytuje i interpretuje wartości funkcji określonych za pomocą tabel, wykresów, wzorów itp., również w sytuacjach wielokrotnego użycia tego samego źródła informacji lub kilku źródeł jednocześnie;                  4) odczytuje z wykresu funkcji dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, przedziały monotoniczności, przedziały, w których funkcja przyjmuje wartości większe (nie mniejsze) lub mniejsze (nie większe) od danej liczby, największe i najmniejsze wartości funkcji (o ile istnieją) w danym przedziale domkniętym oraz argumenty, dla których wartości największe i najmniejsze są przez funkcje przyjmowane.</p>
Monotoniczność funkcji	<p><b>V. Funkcje.</b> Zakres podstawowy                  Uczeń:                  4) odczytuje z wykresu funkcji dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, przedziały monotoniczności, przedziały, w których funkcja przyjmuje wartości większe (nie mniejsze) lub mniejsze (nie większe) od danej liczby, największe</p>

	<p>i najmniejsze wartości funkcji (o ile istnieją) w danym przedziale domkniętym oraz argumenty, dla których wartości największe i najmniejsze są przez funkcje przyjmowane.</p> <p><b>V. Funkcje.</b> Zakres rozszerzony</p> <p>Uczeń:</p> <p>3) dowodzi monotoniczności funkcji zadanej wzorem, jak w przykładzie: wykaż, że funkcja <math>f(x) = \frac{x-1}{x+2}</math> jest monotoniczna w przedziale <math>(-\infty; -2)</math>.</p>
Wzór i wykres funkcji liniowej	<p><b>V. Funkcje.</b> Zakres podstawowy</p> <p>Uczeń:</p> <p>1) określa funkcje jako jednoznaczne przyporządkowanie za pomocą opisu słownego, tabeli, wykresu, wzoru (także różnymi wzorami na różnych przedziałach);</p> <p>2) oblicza wartość funkcji zadanej wzorem algebraicznym;</p> <p>3) odczytuje i interpretuje wartości funkcji określonych za pomocą tabel, wykresów, wzorów itp., również w sytuacjach wielokrotnego użycia tego samego źródła informacji lub kilku źródeł jednocześnie;</p> <p>5) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej.</p>
Własności funkcji liniowej	<p><b>V. Funkcje.</b> Zakres podstawowy</p> <p>Uczeń:</p> <p>5) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej;</p> <p>6) wyznacza wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie lub o jej własnościach;</p> <p>11) wykorzystuje własności funkcji liniowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp., także osadzonych w kontekście praktycznym.</p>
Proporcjonalność prosta i odwrotna	<p><b>VII.* Proporcjonalność prosta.</b></p> <p>Uczeń:</p> <p>1) podaje przykłady wielkości wprost proporcjonalnych;</p> <p>2) wyznacza wartość przyjmowaną przez wielkość wprost proporcjonalną w przypadku konkretnej zależności proporcjonalnej, na przykład wartość zakupionego towaru w zależności od liczby sztuk towaru;</p> <p>3) stosuje podział proporcjonalny.</p> <p><b>V. Funkcje.</b> Zakres podstawowy</p> <p>Uczeń:</p> <p>13) posługuje się funkcją <math>f(x) = \frac{a}{x}</math>, w tym jej wykresem, do opisu i interpretacji zagadnień związanych z wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi, również w zastosowaniach praktycznych.</p>
<b>RÓWNANIA KWADRATOWE</b>	
Równania kwadratowe w najprostszej postaci	<p><b>III. Równania i nierówności.</b> Zakres podstawowy</p> <p>Uczeń:</p> <p>4) rozwiązuje równania (...) kwadratowe.</p>
Wyróżnik równania kwadratowego. Rozwiązywanie równań	<p><b>III. Równania i nierówności.</b> Zakres podstawowy</p> <p>Uczeń:</p> <p>4) rozwiązuje równania (...) kwadratowe.</p>

	<p><b>IV. Układy równań.</b> Zakres rozszerzony.                  Uczeń:                  rozwiązuje układy równań liniowych i kwadratowych z dwiema niewiadomymi, które można sprowadzić do równania kwadratowego lub liniowego, a które nie są trudniejsze niż <math>\begin{cases} x^2 + y^2 + ax + by = c \\ x^2 + y^2 + dx + ey = f \end{cases}</math></p> <p><b>Twierdzenia, dowody.</b> Zakres podstawowy                  3. Wzory na pierwiastki trójmianu kwadratowego.</p>
Wzory Viète'a	<p><b>III. Równania i nierówności.</b> Zakres rozszerzony                  Uczeń:                  3) stosuje wzory Viète'a dla równań kwadratowych.  <b>Twierdzenia, dowody.</b> Zakres rozszerzony.                  4. Wzory Viète'a.</p>
<b>WEKTORY. PRZEKSZTAŁCANIE WYKRESÓW FUNKCJI</b>	
Wektory. Działania na wektorach	<p><b>IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej.</b> Zakres rozszerzony                  Uczeń:                  3) zna pojęcie wektora i oblicza jego współrzędne oraz długość, dodaje wektory i mnoży wektor przez liczbę, oba te działania wykonuje zarówno analitycznie, jak i geometrycznie.</p>
Wektory w układzie współrzędnych	
Działania na wektorach w układzie współrzędnych	
Przekształcanie wykresów funkcji	<p><b>V. Funkcje.</b> Zakres podstawowy                  Uczeń:                  12) na podstawie wykresu funkcji <math>y = f(x)</math> szkicuje wykresy funkcji <math>y = f(x - a)</math>, <math>y = f(x) + b</math>.</p> <p><b>V. Funkcje.</b> Zakres rozszerzony                  Uczeń:                  1) na podstawie wykresu funkcji <math>y = f(x)</math> rysuje wykresy funkcji <math>y = -f(x)</math>, <math>y = f(-x)</math>.</p>
Przekształcanie wykresów funkcji (cd.)	
<b>FUNKCJA KWADRATOWA</b>	
Parabola	<p><b>V. Funkcje.</b> Zakres podstawowy                  Uczeń:                  7) szkicuje wykres funkcji kwadratowej zadanej wzorem.</p>
Wzór funkcji kwadratowej w postaci ogólnej i kanonicznej	<p><b>V. Funkcje.</b> Zakres podstawowy.                  Uczeń:                  8) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci ogólnej, kanonicznej i iloczynowej (jeśli istnieje);                  9) wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie informacji o tej funkcji lub o jej wykresie;                  11) wykorzystuje własności funkcji liniowej i kwadratowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp., także osadzonych w kontekście praktycznym.</p>
Wzór funkcji kwadratowej	<p><b>V. Funkcje.</b> Zakres podstawowy.</p>

w postaci iloczynowej	<p>Uczeń:</p> <p>8) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci ogólnej, kanonicznej i iloczynowej (jeśli istnieje);</p> <p>9) wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie informacji o tej funkcji lub o jej wykresie.</p>
Funkcja kwadratowa - podsumowanie	<p><b>V. Funkcje.</b> Zakres podstawowy</p> <p>Uczeń:</p> <p>8) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci ogólnej, kanonicznej i iloczynowej (jeśli istnieje);</p> <p>9) wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie informacji o tej funkcji lub o jej wykresie;</p> <p>10) wyznacza największą i najmniejszą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;</p> <p>11) wykorzystuje własności funkcji liniowej i kwadratowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp., także osadzonych w kontekście praktycznym.</p>
Nierówności kwadratowe	<p><b>III. Równania i nierówności.</b> Zakres podstawowy</p> <p>Uczeń:</p> <p>3) rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe.</p>
Zastosowanie funkcji kwadratowej	<p><b>V. Funkcje.</b> Zakres podstawowy</p> <p>Uczeń:</p> <p>11) wykorzystuje własności funkcji liniowej i kwadratowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp., także osadzonych w kontekście praktycznym.</p> <p><b>XIII. Optymalizacja i rachunek różniczkowy.</b> Zakres podstawowy</p> <p>Uczeń:</p> <p>rozwiązuje zadania optymalizacyjne w sytuacjach dających się opisać funkcją kwadratową.</p>
Równania i nierówności z parametrem	<p><b>III. Równania i nierówności.</b> Zakres rozszerzony.</p> <p>Uczeń:</p> <p>3) stosuje wzory Viète'a dla równań kwadratowych;</p> <p>5) analizuje równania i nierówności liniowe z parametrami oraz równania i nierówności kwadratowe z parametrami, w szczególności podaje warunki, przy których rozwiązania mają żądaną własność, i wyznacza rozwiązania w zależności od parametrów.</p>

## Klasa II – poziom podstawowy

TEMAT	WYMAGANIA SZCZEGÓŁOWE Z PODSTAWY PROGRAMOWEJ
	<b>WIELOMIANY</b>
Przykłady wielomianów	<b>II. Wyrażenia algebraiczne.</b> Uczeń: 2) dodaje, odejmuje i mnoży wielomiany jednej i wielu zmiennych.
Rozkład wielomianu na czynniki	<b>II. Wyrażenia algebraiczne.</b> Uczeń: 1) stosuje wzory skróconego mnożenia na: $(a + b)^2$ , $(a - b)^2$ , $a^2 - b^2$ ; 3) wyłącza poza nawias jednomian z sumy algebraicznej.
Równania wielomianowe	<b>III. Równania i nierówności.</b> Uczeń: 5) rozwiązuje równania wielomianowe postaci $W(x) = 0$ dla wielomianów doprowadzonych do postaci iloczynowej.
	<b>FIGURY NA PŁASZCZYŹNIE CZ.1</b>
Kąty. Kąty w trójkątach i w czworokątach	<b>VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie.</b> Uczeń: 1) zna i stosuje twierdzenie o równości kątów wierzchołkowych (z wykorzystaniem zależności między kątami przyległymi); 3) korzysta z własności prostych równoległych, w szczególności stosuje równość kątów odpowiadających i naprzemianległych; 6) wykonuje proste obliczenia geometryczne, wykorzystując sumę kątów wewnętrznych trójkąta i własności trójkątów równoramiennych. <b>VIII. Planimetria.</b> Uczeń: 4) korzysta z własności kątów i przekątnych w prostokątach, równoległobokach, rombch i trapezach; 11) przeprowadza dowody geometryczne.
Podstawowe własności trójkątów	<b>VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie.</b> Uczeń: 5) zna nierówność trójkąta $AB + BC \geq AC$ i wie, kiedy zachodzi równość. <b>IX. Wielokąty.</b> Uczeń: 2) stosuje wzory na pole trójkąta (...), a także do wyznaczania długości odcinków (...). <b>VIII. Planimetria.</b> Uczeń: 2) (...) stosuje twierdzenie: w trójkącie naprzeciw większego kąta wewnętrznego leży dłuższy bok; 11) przeprowadza dowody geometryczne.
Twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa	<b>VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie.</b> Uczeń: 7) zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa (bez twierdzenia odwrotnego). <b>VIII. Planimetria.</b> Uczeń: 2) rozpoznaje trójkąty (...) prostokątne (...) przy danych długościach boków (m.in. stosuje twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa (...)); 11) przeprowadza dowody geometryczne. <b>Twierdzenia, dowody.</b>



	10. Twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa.
Własności trójkątów (cd.)	<p><b>VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie.</b> Uczeń:</p> <p>4) zna i stosuje cechy przystawiania trójkątów.</p> <p><b>XV. Symetrie.</b> Uczeń:</p> <p>1) rozpoznaje symetralną odcinka i dwusieczną kąta;</p> <p>2) zna i stosuje w zadaniach podstawowe własności symetralnej odcinka i dwusiecznej kąta (...).</p> <p><b>VIII. Planimetria.</b> Uczeń:</p> <p>10) wskazuje podstawowe punkty szczególne w trójkącie: (...) ortocentrum, środek ciężkości oraz korzysta z ich własności;</p> <p>11) przeprowadza dowody geometryczne.</p> <p><b>Twierdzenia, dowody.</b></p> <p>8. Twierdzenie o dwusiecznej.</p>
Własności czworokątów	<p><b>IX. Wielokąty.</b> Uczeń:</p> <p>2) stosuje wzory na pole trójkąta, prostokąta, kwadratu, równoległoboku, rombu, trapezu, a także do wyznaczania długości odcinków (...).</p> <p><b>VIII. Planimetria.</b> Uczeń:</p> <p>4) korzysta z własności kątów i przekątnych w prostokątach, równoległobokach, rombów i trapezach;</p> <p>11) przeprowadza dowody geometryczne.</p>
	<b>FUNKCJE</b>
Wzory i wykresy funkcji	<p><b>V. Funkcje.</b> Uczeń:</p> <p>1) określa funkcje jako jednoznaczne przyporządkowanie za pomocą (...) wykresu, wzoru (także różnymi wzorami na różnych przedziałach);</p> <p>2) oblicza wartość funkcji zadanej wzorem algebraicznym;</p> <p>3) odczytuje i interpretuje wartości funkcji określonych za pomocą (...), wykresów, wzorów itp., również w sytuacjach wielokrotnego użycia tego samego źródła informacji lub kilku źródeł jednocześnie.</p>
Przykłady funkcji i ich własności	<p><b>V. Funkcje.</b> Uczeń:</p> <p>1) określa funkcje jako jednoznaczne przyporządkowanie za pomocą (...) wykresu, wzoru (także różnymi wzorami na różnych przedziałach);</p> <p>5) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej;</p> <p>6) wyznacza wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie lub o jej własnościach;</p> <p>9) wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie informacji o tej funkcji lub o jej wykresie.</p>
Funkcja wykładnicza i funkcja logarytmiczna	<p><b>I. Liczby rzeczywiste.</b> Uczeń:</p> <p>1) wykonuje działania (...), potęgowanie, logarytmowanie) w zbiorze liczb rzeczywistych;</p> <p>9) stosuje związek logarytmowania z potęgowaniem (...).</p> <p><b>V. Funkcje.</b> Uczeń:</p> <p>1) określa funkcje jako jednoznaczne przyporządkowanie za pomocą (...) wykresu, wzoru (...).</p>
Równania wykładnicze i logarytmiczne	<p><b>I. Liczby rzeczywiste.</b> Uczeń:</p> <p>1) wykonuje działania (...), potęgowanie, logarytmowanie) w zbiorze liczb rzeczywistych;</p>

	9) stosuje związek logarytmowania z potęgowaniem (...). <b>III. Równania i nierówności.</b> Uczeń: 1) przekształca równania i nierówności w sposób równoważny, w tym np. przekształca równoważnie równanie $\frac{5}{x+1} = \frac{x+3}{2x-1}$ .
Zastosowania funkcji wykładniczych i logarytmicznych	<b>V. Funkcje.</b> Uczeń: 14) posługuje się funkcjami wykładniczą i logarytmiczną, w tym ich wykresami, do opisu i interpretacji zagadnień związanych z zastosowaniami praktycznymi.
Przekształcanie wykresów funkcji	<b>V. Funkcje.</b> Uczeń: 12) na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ szkicuje wykresy funkcji $y = f(x - a)$ , $y = f(x) + b$ .
<b>FIGURY NA PŁASZCZYŹNIE CZ.2</b>	
Pole koła. Długość okręgu	<b>VIII. Planimetria.</b> Uczeń: 1) wyznacza promienie i średnice okręgów, długości cięciw okręgów (...) w tym z wykorzystaniem twierdzenia Pitagorasa; 6) stosuje wzory na pole wycinka koła i długość łuku okręgu.
Własności kątów środkowych i kątów wpisanych	<b>VIII. Planimetria.</b> Uczeń: 5) stosuje własności kątów wpisanych i środkowych. <b>Twierdzenia, dowody.</b> 6. Twierdzenie o kątach w okręgu: 1) kąt wpisany jest połową kąta środkowego opartego na tym samym łuku; 2) jeżeli dwa kąty są wpisane w ten sam okrąg, to są równe wtedy i tylko wtedy, gdy są oparte na równych łukach.
Proste i okręgi	<b>VIII. Planimetria.</b> Uczeń: 1) wyznacza (...) długości (...) odcinków stycznych, w tym z wykorzystaniem twierdzenia Pitagorasa.
Okrąg opisany na trójkącie. Okrąg wpisany w trójkąt	<b>XV. Symetrie.</b> Uczeń: 1) rozpoznaje symetralną odcinka i dwusieczną kąta; 2) zna i stosuje w zadaniach podstawowe własności symetralnej odcinka i dwusiecznej kąta (...). <b>VIII. Planimetria.</b> Uczeń: 10) wskazuje podstawowe punkty szczególne w trójkącie: środek okręgu wpisanego w trójkąt, środek okręgu opisanego na trójkącie, (...) oraz korzysta z ich własności.
Własności wielokątów. Wielokąty foremne	<b>VIII. Planimetria.</b> Uczeń: 3) rozpoznaje wielokąty foremne i korzysta z ich podstawowych własności; 11) przeprowadza dowody geometryczne.
<b>TRYGONOMETRIA</b>	
Tangens kąta ostrego	<b>VII. Trygonometria.</b> Uczeń: 1) wykorzystuje definicje funkcji: (...) tangens dla kątów od 0° do 180°, (...).
Sinus i cosinus kąta ostrego	<b>VII. Trygonometria.</b> Uczeń: 1) wykorzystuje definicje funkcji: sinus, cosinus i tangens dla kątów od 0° do 180° (...).
Obliczenia trygonometryczne	<b>VII. Trygonometria.</b> Uczeń:

	1) wykorzystuje definicje funkcji: sinus, cosinus i tangens dla kątów od 0° do 180° (...).
Zastosowania trygonometrii	<b>VII. Trygonometria.</b> Uczeń: 4) oblicza kąty trójkąta prostokątnego i długości jego boków przy odpowiednich danych (rozwiązuje trójkąty prostokątne, w tym z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych).
Wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów 30°, 45° i 60°	<b>VII. Trygonometria.</b> Uczeń: 1) (...) wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów 30°, 45°, 60°; 4) oblicza kąty trójkąta prostokątnego i długości jego boków przy odpowiednich danych (rozwiązuje trójkąty prostokątne, w tym z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych).
Związki między funkcjami trygonometrycznymi	<b>VII. Trygonometria.</b> Uczeń: 2) korzysta z wzorów $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ , $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ .
Funkcje trygonometryczne kątów od 0° do 180°	<b>V. Funkcje.</b> Uczeń: 5) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej. <b>VII. Trygonometria.</b> Uczeń: 1) wykorzystuje definicje funkcji: sinus, cosinus i tangens dla kątów od 0° do 180°, w szczególności wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów 30°, 45°, 60°; 3) stosuje (...) wzór na pole trójkąta $P = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin \gamma$ . <b>Twierdzenia, dowody.</b> 9. Wzór na pole trójkąta $P = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin \gamma$ .
Twierdzenie cosinusów	<b>VII. Trygonometria.</b> Uczeń: 3) stosuje twierdzenie cosinusów. <b>Twierdzenia, dowody.</b> 10. Twierdzenie cosinusów.
<b>FIGURY W PRZESTRZENI</b>	
Gnaniastosłupy	<b>X. Stereometria.</b> Uczeń: 3) rozpoznaje w gnaniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi) (...) oblicza miary tych kątów; 5) oblicza objętości i pola powierzchni gnaniastosłupów, (...), również z wykorzystaniem trygonometrii.
Ostrosłupy	<b>X. Stereometria.</b> Uczeń: 3) rozpoznaje w gnaniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi) (...) oblicza miary tych kątów; 5) oblicza objętości i pola powierzchni (...) ostrosłupów, (...), również z wykorzystaniem trygonometrii.
Walec	<b>X. Stereometria.</b> Uczeń: 4) rozpoznaje w walcach i w stożkach kąt między odcinkami (...), oblicza miary tych kątów; 5) oblicza objętości i pola powierzchni (...) walca (...) również z wykorzystaniem trygonometrii.
Stożek	<b>X. Stereometria.</b> Uczeń:

	4) rozpoznaje w walcach i w stożkach kąt między odcinkami (...) (np. kąt rozwarcia stożka, (...)), oblicza miary tych kątów; 5) oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów, ostrosłupów, walca, stożka i kuli, również z wykorzystaniem trygonometrii.
Kula	<b>X. Stereometria.</b> Uczeń: 5) oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów, ostrosłupów, walca, stożka i kuli, również z wykorzystaniem trygonometrii.

Klasa II – poziom rozszerzony

TEMAT	WYMAGANIA SZCZEGÓŁOWE Z PODSTAWY PROGRAMOWEJ
	<b>WIELOMIANY</b>
Przykłady wielomianów	<b>II. Wyrażenia algebraiczne.</b> Zakres podstawowy Uczeń: 2) dodaje, odejmuje i mnoży wielomiany jednej i wielu zmiennych.
Rozkład wielomianu na czynniki	<b>II. Wyrażenia algebraiczne.</b> Zakres podstawowy Uczeń: 1) stosuje wzory skróconego mnożenia na: $(a + b)^2$ , $(a - b)^2$ , $a^2 - b^2$ ; 3) wyłącza poza nawias jednomian z sumy algebraicznej. <b>II. Wyrażenia algebraiczne.</b> Zakres rozszerzony Uczeń: 4) rozkłada wielomiany na czynniki metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias oraz metodą grupowania wyrazów; 5) korzysta ze wzorów na: $a^3 + b^3$ , $a^3 - b^3$ , $a^n - b^n$ , $(a + b)^n$ , $(a - b)^n$ .
Równania wielomianowe	<b>III. Równania i nierówności.</b> Zakres podstawowy Uczeń: 5) rozwiązuje równania wielomianowe postaci $W(x) = 0$ dla wielomianów doprowadzonych do postaci iloczynowej. <b>III. Równania i nierówności.</b> Zakres rozszerzony Uczeń: 1) rozwiązuje równania wielomianowe postaci $W(x) = 0$ dla wielomianów, które dają się doprowadzić do postaci iloczynowej metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias lub metodą grupowania.
Dzielenie wielomianów	<b>II. Wyrażenia algebraiczne.</b> Zakres rozszerzony Uczeń: 1) dzieli wielomian jednej zmiennej $W(x)$ przez dwumian postaci $x - a$ . <b>Twierdzenia, dowody.</b> Zakres rozszerzony

	3. Twierdzenie o dzieleniu z resztą wielomianu przez dwumian postaci $x - a$ wraz ze wzorami rekurencyjnymi na współczynniki ilorazu i resztę (algorytm Hornera) – dowód można przeprowadzić w szczególnym przypadku, np. dla wielomianu czwartego stopnia.
Twierdzenie Bézouta	<b>II. Wyrażenia algebraiczne.</b> Zakres rozszerzony Uczeń: 3) znajduje pierwiastki całkowite i wymierne wielomianu o współczynnikach całkowitych.
Równania wielomianowe (cd.)	<b>II. Wyrażenia algebraiczne.</b> Zakres rozszerzony Uczeń: 3) znajduje pierwiastki całkowite i wymierne wielomianu o współczynnikach całkowitych. <b>III. Równania i nierówności.</b> Zakres podstawowy Uczeń: 5) rozwiązuje równania wielomianowe postaci $W(x) = 0$ dla wielomianów doprowadzonych do postaci iloczynowej. <b>III. Równania i nierówności.</b> Zakres rozszerzony Uczeń: 1) rozwiązuje równania wielomianowe postaci $W(x) = 0$ dla wielomianów, które dają się doprowadzić do postaci iloczynowej metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias lub metodą grupowania.
<b>FIGURY NA PŁASZCZYŹNIE CZ.1</b>	
Kąty. Kąty w trójkątach i czworokątach	<b>VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie.</b> Uczeń: 1) zna i stosuje twierdzenie o równości kątów wierzchołkowych (z wykorzystaniem zależności między kątami przyległymi); 3) korzysta z własności prostych równoległych, w szczególności stosuje równość kątów odpowiadających i naprzemianległych; 6) wykonuje proste obliczenia geometryczne wykorzystując sumę kątów wewnętrznych trójkąta i własności trójkątów równoramiennych. <b>VIII. Planimetria.</b> Zakres podstawowy Uczeń: 4) korzysta z własności kątów i przekątnych w prostokątach, równoległobokach, rombch i trapezach; 11) przeprowadza dowody geometryczne.
Podstawowe własności trójkątów	<b>VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie.</b> Uczeń: 5) zna nierówność trójkąta $AB + BC \geq AC$ i wie, kiedy zachodzi równość. <b>IX. Wielokąty.</b> Uczeń: 2) stosuje wzory na pole trójkąta (...), a także do wyznaczania długości odcinków. <b>VIII. Planimetria.</b> Zakres podstawowy Uczeń: 2) (...) stosuje twierdzenie: w trójkącie naprzeciw większego kąta wewnętrznego leży dłuższy bok; 11) przeprowadza dowody geometryczne.
Twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne	<b>VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie.</b> Uczeń:

do twierdzenia Pitagorasa	<p>7) zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa (bez twierdzenia odwrotnego).</p> <p><b>VIII. Planimetria.</b> Zakres podstawowy</p> <p>Uczeń:</p> <p>2) rozpoznaje trójkąty (...) prostokątne (...) przy danych długościach boków (m.in. stosuje twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa) (...);</p> <p>11) przeprowadza dowody geometryczne.</p> <p><b>Twierdzenia, dowody.</b> Zakres podstawowy</p> <p>10. Twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa.</p>
Własności trójkątów (cd.)	<p><b>VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie.</b></p> <p>Uczeń:</p> <p>4) zna i stosuje cechy przystawania trójkątów.</p> <p><b>XV. Symetrie.</b></p> <p>Uczeń:</p> <p>1) rozpoznaje symetralną odcinka i dwusieczną kąta;</p> <p>2) zna i stosuje w zadaniach podstawowe własności symetralnej odcinka i dwusiecznej kąta (...).</p> <p><b>VIII. Planimetria.</b> Zakres podstawowy</p> <p>Uczeń:</p> <p>10) wskazuje podstawowe punkty szczególne w trójkącie: (...) ortocentrum, środek ciężkości oraz korzysta z ich własności;</p> <p>11) przeprowadza dowody geometryczne.</p> <p><b>Twierdzenia, dowody.</b> Zakres rozszerzony</p> <p>7. Twierdzenia o istnieniu niektórych punktów szczególnych trójkąta:</p> <p>a) symetralne boków trójkąta przecinają się w jednym punkcie i (jako wniosek) proste zawierające wysokości trójkąta przecinają się w jednym punkcie,</p> <p>b) środkowe trójkąta przecinają się w jednym punkcie.</p>
Własności czworokątów	<p><b>IX. Wielokąty.</b></p> <p>Uczeń:</p> <p>2) stosuje wzory na pole trójkąta, prostokąta, kwadratu, równoległoboku, rombu, trapezu, a także do wyznaczania długości odcinków.</p> <p><b>VIII. Planimetria.</b> Zakres podstawowy</p> <p>Uczeń:</p> <p>4) korzysta z własności kątów i przekątnych w prostokątach, równoległobokach, rombach i trapezach;</p> <p>11) przeprowadza dowody geometryczne.</p>
<b>FUNKCJE</b>	
Funkcje wielomianowe	<p><b>V. Funkcje.</b> Zakres podstawowy</p> <p>Uczeń:</p> <p>1) określa funkcje jako jednoznaczne przyporządkowanie za pomocą (...) wykresu, wzoru (także różnymi wzorami na różnych przedziałach);</p> <p>2) oblicza wartość funkcji zadanej wzorem algebraicznym;</p>

	<p>3) odczytuje i interpretuje wartości funkcji określonych za pomocą (...), wykresów, wzorów itp., również w sytuacjach wielokrotnego użycia tego samego źródła informacji lub kilku źródeł jednocześnie;</p> <p>5) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej;</p> <p>6) wyznacza wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie lub o jej własnościach;</p> <p>9) wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie informacji o tej funkcji lub o jej wykresie.</p>
Nierówności wielomianowe	<p><b>III. Równania i nierówności.</b> Zakres rozszerzony</p> <p>Uczeń:</p> <p>1) rozwiązuje (...) nierówności wielomianowe typu: <math>W(x) &gt; 0</math>, <math>W(x) \geq 0</math>, <math>W(x) &lt; 0</math>, <math>W(x) \leq 0</math> dla wielomianów doprowadzonych do postaci iloczynowej lub takich, które dają się doprowadzić do postaci iloczynowej metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias lub metodą grupowania.</p>
Funkcje wielomianowe (cd.)	<p><b>V. Funkcje.</b> Zakres podstawowy</p> <p>Uczeń:</p> <p>1) określa funkcje jako jednoznaczne przyporządkowanie za pomocą (...) wykresu, wzoru (...);</p> <p>3) odczytuje i interpretuje wartości funkcji określonych za pomocą (...) wykresów, wzorów (...);</p> <p>4) odczytuje z wykresu funkcji: (...) miejsca zerowe, przedziały, w których funkcja przyjmuje wartości większe (nie mniejsze) lub mniejsze (nie większe) od danej liczby (...).</p>
Nierówności wielomianowe (cd.)	<p><b>III. Równania i nierówności.</b> Zakres podstawowy</p> <p>Uczeń:</p> <p>1) przekształca równania i nierówności w sposób równoważny.</p> <p><b>III. Równania i nierówności.</b> Zakres rozszerzony</p> <p>Uczeń:</p> <p>1) rozwiązuje (...) nierówności wielomianowe typu: <math>W(x) &gt; 0</math>, <math>W(x) \geq 0</math>, <math>W(x) &lt; 0</math>, <math>W(x) \leq 0</math> dla wielomianów doprowadzonych do postaci iloczynowej lub takich, które dają się doprowadzić do postaci iloczynowej metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias lub metodą grupowania.</p>
Funkcja wykładnicza i funkcja logarytmiczna	<p><b>I. Liczby rzeczywiste.</b> Zakres podstawowy</p> <p>Uczeń:</p> <p>1) wykonuje działania (... , logarytmowanie) w zbiorze liczb rzeczywistych;</p> <p>9) stosuje związek logarytmowania z potęgowaniem (...).</p> <p><b>V. Funkcje.</b> Zakres podstawowy</p> <p>Uczeń:</p> <p>1) określa funkcje jako jednoznaczne przyporządkowanie za pomocą (...) wykresu, wzoru (...).</p>
Równania wykładnicze i logarytmiczne	<p><b>I. Liczby rzeczywiste.</b> Zakres podstawowy</p> <p>Uczeń:</p> <p>1) wykonuje działania (... , logarytmowanie) w zbiorze liczb rzeczywistych;</p> <p>9) stosuje związek logarytmowania z potęgowaniem posługuje się wzorami na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi.</p> <p><b>I. Liczby rzeczywiste.</b> Zakres rozszerzony</p>

	<p>Uczeń: stosuje wzór na zamianę podstawy logarytmu.</p> <p><b>III. Równania i nierówności.</b> Zakres podstawowy</p> <p>Uczeń: 1) przekształca równania i nierówności w sposób równoważny.</p>
Zastosowania funkcji wykładniczych i logarytmicznych	<p><b>V Funkcje.</b> Zakres podstawowy</p> <p>Uczeń: 14) posługuje się funkcjami wykładniczą i logarytmiczną, w tym ich wykresami, do opisu i interpretacji zagadnień związanych z zastosowaniami praktycznymi.</p>
	<b>FIGURY NA PŁASZCZYŹNIE CZ.2</b>
Pole koła. Długość okręgu	<p><b>VIII. Planimetria.</b> Zakres podstawowy</p> <p>Uczeń: 1) wyznacza promienie i średnice okręgów, długości cięwiw okręgów (...) w tym z wykorzystaniem twierdzenia Pitagorasa; 6) stosuje wzory na pole wycinka koła i długość łuku okręgu.</p>
Własności kątów środkowych i kątów wpisanych	<p><b>VIII. Planimetria.</b> Zakres podstawowy</p> <p>Uczeń: 5) stosuje własności kątów wpisanych i środkowych.</p> <p><b>Twierdzenia, dowody.</b> Zakres podstawowy</p> <p>6. Twierdzenie o kątach w okręgu: a) kąt wpisany jest połową kąta środkowego opartego na tym samym łuku, b) jeżeli dwa kąty są wpisane w ten sam okrąg, to są równe wtedy i tylko wtedy, gdy są oparte na równych łukach.</p>
Proste i okręgi	<p><b>VIII. Planimetria.</b> Zakres podstawowy</p> <p>Uczeń: 1) wyznacza (...) długości (...) odcinków stycznych, w tym z wykorzystaniem twierdzenia Pitagorasa.</p>
Okrąg opisany na wielokącie	<p><b>XV. Symetrie. Uczeń:</b> 1) rozpoznaje symetralną odcinka (...); 2) zna i stosuje w zadaniach podstawowe własności symetralnej odcinka (...).</p> <p><b>VIII. Planimetria.</b> Zakres podstawowy</p> <p>Uczeń: 10) wskazuje podstawowe punkty szczególne w trójkącie (...) środek okręgu opisanego na trójkącie, (...) oraz korzysta z ich własności.</p> <p><b>VIII. Planimetria.</b> Zakres rozszerzony</p> <p>Uczeń: stosuje własności czworokątów wpisanych w okrąg (...).</p> <p><b>Twierdzenia, dowody.</b> Zakres rozszerzony</p> <p>7. Twierdzenia o istnieniu niektórych punktów szczególnych trójkąta: a) symetralne boków trójkąta przecinają się w jednym punkcie (...);</p>



	8) Twierdzenie o czworokącie wpisanym w okrąg.
Okrąg wpisany w wielokąt	<p><b>XV. Symetrie. Uczeń:</b></p> <p>1) rozpoznaje (...) dwusieczną kąta;</p> <p>2) zna i stosuje w zadaniach podstawowe własności (...) dwusiecznej kąta (...).</p> <p><b>VIII. Planimetria.</b> Zakres podstawowy</p> <p>Uczeń:</p> <p>10) wskazuje podstawowe punkty szczególne w trójkącie: środek okręgu wpisanego w trójkąt, (...) oraz korzysta z ich własności.</p> <p><b>VIII. Planimetria.</b> Zakres rozszerzony</p> <p>Uczeń:</p> <p>stosuje własności czworokątów (...) opisanych na okręgu.</p> <p><b>Twierdzenia, dowody.</b> Zakres rozszerzony</p> <p>9. Twierdzenie o czworokącie opisanym na okręgu.</p>
Własności wielokątów. Wielokąty foremne	<p><b>VIII. Planimetria.</b> Zakres podstawowy</p> <p>Uczeń:</p> <p>3) rozpoznaje wielokąty foremne i korzysta z ich podstawowych własności;</p> <p>11) przeprowadza dowody geometryczne.</p>
<b>TRYGONOMETRIA</b>	
Tangens kąta ostrego	<p><b>VII. Trygonometria.</b> Zakres podstawowy</p> <p>Uczeń:</p> <p>1) wykorzystuje definicje funkcji: (...) tangens dla kątów od <math>0^\circ</math> do <math>180^\circ</math>, (...).</p>
Sinus i cosinus kąta ostrego	<p><b>VII. Trygonometria.</b> Zakres podstawowy</p> <p>Uczeń:</p> <p>1) wykorzystuje definicje funkcji: sinus, cosinus i tangens dla kątów od <math>0^\circ</math> do <math>180^\circ</math>, (...).</p>
Obliczenia trygonometryczne	<p><b>VII. Trygonometria.</b> Zakres podstawowy</p> <p>Uczeń:</p> <p>1) wykorzystuje definicje funkcji: sinus, cosinus i tangens dla kątów od <math>0^\circ</math> do <math>180^\circ</math>, (...).</p>
Zastosowania trygonometrii	<p><b>VII. Trygonometria.</b> Zakres podstawowy</p> <p>Uczeń:</p> <p>4) oblicza kąty trójkąta prostokątnego i długości jego boków przy odpowiednich danych (rozwiązuje trójkąty prostokątne, w tym z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych).</p>
Wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów $30^\circ, 45^\circ$ i $60^\circ$	<p><b>VII. Trygonometria.</b> Zakres podstawowy</p> <p>Uczeń:</p> <p>1) (...) wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów <math>30^\circ, 45^\circ, 60^\circ</math>;</p> <p>4) oblicza kąty trójkąta prostokątnego i długości jego boków przy odpowiednich danych (rozwiązuje trójkąty prostokątne, w tym z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych).</p>

	<p><b>VII. Trygonometria.</b> Zakres rozszerzony                  Uczeń:                  8) oblicza kąty trójkąta i długości jego boków przy odpowiednich danych (rozwiązuje trójkąty).</p>
Związki między funkcjami trygonometrycznymi	<p><b>VII. Trygonometria.</b> Zakres podstawowy                  Uczeń:                  4) korzysta z wzorów <math>\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1</math>, <math>\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}</math>.</p>
Funkcje trygonometryczne kątów od $0^\circ$ do $180^\circ$	<p><b>V. Funkcje.</b> Zakres podstawowy                  Uczeń:                  5) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej.  <b>VII. Trygonometria.</b> Zakres podstawowy                  Uczeń:                  1) wykorzystuje definicje funkcji: sinus, cosinus i tangens dla kątów od <math>0^\circ</math> do <math>180^\circ</math>, w szczególności wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów <math>30^\circ</math>, <math>45^\circ</math>, <math>60^\circ</math>;                  3) stosuje (...) wzór na pole trójkąta <math>P = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin \gamma</math>.  <b>Twierdzenia, dowody.</b> Zakres podstawowy                  9. Wzór na pole trójkąta <math>P = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin \gamma</math>.</p>
Twierdzenie sinusów	<p><b>VII. Trygonometria.</b> Zakres rozszerzony                  Uczeń:                  7) stosuje twierdzenie sinusów;                  8) oblicza kąty trójkąta i długości jego boków przy odpowiednich danych (rozwiązuje trójkąty).  <b>Twierdzenia, dowody.</b> Zakres rozszerzony                  6. Twierdzenie sinusów.</p>
Twierdzenie cosinusów	<p><b>VII. Trygonometria.</b> Zakres podstawowy                  Uczeń:                  3) stosuje twierdzenie cosinusów (...);  <b>Twierdzenia, dowody.</b> Zakres podstawowy                  10. Twierdzenie cosinusów (...).</p>
<b>FIGURY W PRZESTRZENI</b>	
Graniastosłupy	<p><b>X. Stereometria.</b> Zakres podstawowy                  Uczeń:                  3) rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi) (...) oblicza miary tych kątów;                  6) oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów, (...), również z wykorzystaniem trygonometrii.</p>
Ostrosłupy	<p><b>X. Stereometria.</b> Zakres podstawowy</p>

	<p>Uczeń:                      3) rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi) (...) oblicza miary tych kątów;                      5) oblicza objętości i pola powierzchni (...) ostrosłupów, (...), również z wykorzystaniem trygonometrii.</p>
Walec	<p><b>X. Stereometria.</b> Zakres podstawowy                      Uczeń:                      4) rozpoznaje w walcach i w stożkach kąt między odcinkami (...), oblicza miary tych kątów;                      5) oblicza objętości i pola powierzchni (...) walca (...) również z wykorzystaniem trygonometrii.</p>
Stożek	<p><b>X. Stereometria.</b> Zakres podstawowy                      Uczeń:                      4) rozpoznaje w walcach i w stożkach kąt między odcinkami (...) (np. kąt rozwarcia stożka) (...), oblicza miary tych kątów;                      5) oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów, ostrosłupów, walca, stożka i kuli, również z wykorzystaniem trygonometrii.</p>
Kula	<p><b>X. Stereometria.</b> Zakres podstawowy                      Uczeń:                      5) oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów, ostrosłupów, walca, stożka i kuli, również z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych twierdzeń.</p>
<b>STATYSTYKA</b>	
Przybliżenia	<p><b>I. Liczby naturalne w dziesiętkowym układzie pozycyjnym.</b>                      Uczeń:                      4) zaokrągli liczby naturalne.  <b>IV. Ułamki zwykłe i dziesiętne.</b>                      Uczeń:                      11) w sytuacjach praktycznych zaokrągli ułamki dziesiętne do co najwyżej drugiego miejsca po przecinku.</p>
Średnia arytmetyczna, mediana, dominanta	<p><b>XIII. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej.</b>                      Uczeń:                      1) interpretuje dane przedstawione za pomocą tabel, diagramów słupkowych i kołowych, (...).  <b>XII. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka.</b> Zakres podstawowy.                      Uczeń:                      2) oblicza średnią arytmetyczną, (...) znajduje medianę i dominantę.</p>
Średnia ważona	<p><b>XIII. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej.</b>                      Uczeń:                      1) interpretuje dane przedstawione za pomocą tabel, diagramów słupkowych i kołowych, (...).  <b>XII. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka.</b> Zakres podstawowy                      Uczeń:                      2) oblicza (...) średnią ważoną, (...).</p>

## Klasa III – poziom podstawowy

TEMAT	WYMAGANIA SZCZEGÓŁOWE Z PODSTAWY PROGRAMOWEJ
<b>WYRAŻENIA WYMIERNE</b>	
Wyrażenia wymierne	<b>II. Wyrażenia algebraiczne.</b> Uczeń: 1) stosuje wzory skróconego mnożenia na: $(a + b)^2$ , $(a - b)^2$ , $a^2 - b^2$ ; 2) dodaje, odejmuje i mnoży wielomiany jednej i wielu zmiennych; 3) wyłącza poza nawias jednomian z sumy algebraicznej; 4) mnoży i dzieli wyrażenia wymierne.
Równania wymierne	<b>II. Wyrażenia algebraiczne.</b> Uczeń: 3) wyłącza poza nawias jednomian z sumy algebraicznej. <b>III. Równania i nierówności.</b> Uczeń: 1) przekształca równania i nierówności w sposób równoważny, w tym np. przekształca równoważnie równanie $\frac{5}{x+1} = \frac{x+3}{2x-1}$ .
Przekształcanie wyrażeń algebraicznych	<b>VI.* Równania z jedną niewiadomą.</b> Uczeń: 5) przekształca proste wzory, aby wyznaczyć wskazaną wielkość we wzorach geometrycznych (np. pól figur) i fizycznych (np. dotyczących prędkości, drogi i czasu).
Hiperbola. Przesuwanie hiperboli	<b>V. Funkcje.</b> Uczeń: 2) oblicza wartość funkcji zadanej wzorem algebraicznym; 4) odczytuje z wykresu funkcji: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, przedziały monotoniczności, przedziały, w których funkcja przyjmuje wartości większe (nie mniejsze) lub mniejsze (nie większe) od danej liczby, największe i najmniejsze wartości funkcji (o ile istnieją) w danym przedziale domkniętym oraz argumenty, dla których wartości największe i najmniejsze są przez funkcję przyjmowane; 12) na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ szkicuje wykresy funkcji $y = f(x - a)$ , $y = f(x) + b$ ; 13) posługuje się funkcją $f(x) = \frac{a}{x}$ , w tym jej wykresem, do opisu i interpretacji zagadnień związanych z wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi, również w zastosowaniach praktycznych.
<b>CIĄGI</b>	
Przykłady ciągów	<b>VI. Ciągi.</b> Uczeń 1) oblicza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym; 2) oblicza początkowe wyrazy ciągów określonych rekurencyjnie; 3) w prostych przypadkach bada, czy ciąg jest rosnący, czy malejący.

Ciąg arytmetyczny	<p><b>VI. Ciągi.</b> Uczeń</p> <p>4) sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny (...);</p> <p>5) stosuje wzór na <math>n</math>-ty wyraz (...) ciągu arytmetycznego;</p> <p>7) wykorzystuje własności ciągów, w tym arytmetycznych (...), do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym.</p> <p><b>Twierdzenia, dowody.</b></p> <p>5. Wzory na <math>n</math>-ty wyraz (...) ciągu arytmetycznego (...).</p>
Suma wyrazów ciągu arytmetycznego	<p><b>VI. Ciągi.</b> Uczeń</p> <p>5) stosuje wzór na <math>n</math>-ty wyraz i na sumę <math>n</math> początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;</p> <p>7) wykorzystuje własności ciągów, w tym arytmetycznych (...), do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym.</p> <p><b>Twierdzenia, dowody.</b></p> <p>5. Wzory (...) sumę <math>n</math> początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego (...).</p>
Ciąg geometryczny	<p><b>VI. Ciągi.</b> Uczeń</p> <p>4) sprawdza, czy dany ciąg jest (...) geometryczny;</p> <p>6) stosuje wzór na <math>n</math>-ty wyraz (...) ciągu geometrycznego;</p> <p>7) wykorzystuje własności ciągów, w tym (...) geometrycznych, do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym.</p> <p><b>Twierdzenia, dowody.</b></p> <p>5. Wzory na <math>n</math>-ty wyraz (...) ciągu (...) geometrycznego.</p>
Suma wyrazów ciągu geometrycznego	<p><b>VI. Ciągi.</b> Uczeń</p> <p>6) stosuje wzór na <math>n</math>-ty wyraz i na sumę <math>n</math> początkowych wyrazów ciągu geometrycznego;</p> <p>7) wykorzystuje własności ciągów, w tym (...) geometrycznych, do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym.</p> <p><b>Twierdzenia, dowody.</b></p> <p>5. Wzory na <math>n</math>-ty wyraz i sumę <math>n</math> początkowych wyrazów ciągu (...) geometrycznego.</p>
Procent prosty i procent składany	<p><b>VI. Ciągi.</b> Uczeń</p> <p>5) stosuje wzór (...) na sumę <math>n</math> początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;</p> <p>6) stosuje wzór (...) na sumę <math>n</math> początkowych wyrazów ciągu geometrycznego;</p> <p>7) wykorzystuje własności ciągów, w tym arytmetycznych i geometrycznych, do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym.</p>
<b>FIGURY PODOBNE</b>	
Twierdzenie Talesa	<p><b>VIII. Planimetria.</b> Uczeń:</p> <p>7) stosuje twierdzenie Talesa.</p>

Wielokąty podobne	<b>VIII. Planimetria.</b> Uczeń: 7) stosuje twierdzenie Talesa; 8) korzysta z cech podobieństwa trójkątów.
Cechy podobieństwa trójkątów	<b>VIII. Planimetria.</b> Uczeń: 7) stosuje twierdzenie Talesa; 8) korzysta z cech podobieństwa trójkątów.
Cechy podobieństwa trójkątów (cd.)	<b>VIII. Planimetria.</b> Uczeń: 7) stosuje twierdzenie Talesa; 8) korzysta z cech podobieństwa trójkątów. <b>Twierdzenia, dowody.</b> 7. Twierdzenie o odcinkach w trójkącie prostokątnym.
Pola figur podobnych	<b>VIII. Planimetria.</b> Uczeń: 7) stosuje twierdzenie Talesa; 8) korzysta z cech podobieństwa trójkątów; 9) wykorzystuje zależności między obwodami oraz między polami figur podobnych.
<b>STEREOMETRIA</b>	
Wielościany i inne figury przestrzenne	<b>X. Stereometria.</b> Uczeń: 3) rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi) (...), oblicza miary tych kątów; 5) oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów, (...), również z wykorzystaniem trygonometrii.
Figury obrotowe i inne figury przestrzenne	<b>X. Stereometria.</b> Uczeń: 4) rozpoznaje w walcach i w stożkach kąt między odcinkami (...), oblicza miary tych kątów; 5) oblicza objętości i pola powierzchni (...) walca, stożka i kuli, również z wykorzystaniem trygonometrii.
Proste i płaszczyzny w przestrzeni	<b>X. Stereometria.</b> Uczeń: 1) rozpoznaje wzajemne położenie prostych w przestrzeni, w szczególności proste prostopadłe nieprzecinające się; 2) posługuje się pojęciem kąta między prostą a płaszczyzną oraz pojęciem kąta dwuściennego między półpłaszczyznami; 3) rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi) oraz kąty między ścianami, oblicza miary tych kątów; 4) rozpoznaje w walcach i w stożkach kąt między odcinkami oraz kąt między odcinkami i płaszczyznami (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą), oblicza miary tych kątów.
Bryły podobne	<b>X. Stereometria.</b> Uczeń: 6) wykorzystuje zależność między objętościami brył podobnych.

STATYSTYKA	
Przybliżenia	<p><b>I**. Liczby naturalne w dziesiętkowym układzie pozycyjnym.</b> Uczeń:</p> <p>4) zaokrągła liczby naturalne.</p> <p><b>IV**. Ułamki zwykłe i dziesiętne.</b> Uczeń:</p> <p>11) w sytuacjach praktycznych zaokrągła ułamki dziesiętne do co najwyżej drugiego miejsca po przecinku (zł, gr, cm, mm itp.).</p>
Średnia arytmetyczna, mediana, dominanta	<p><b>XII. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka.</b> Uczeń:</p> <p>2) oblicza średnią arytmetyczną (...), znajduje medianę i dominantę.</p>
Średnia ważona	<p><b>XIII.* Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej.</b> Uczeń:</p> <p>1) interpretuje dane przedstawione za pomocą tabel, diagramów słupkowych i kołowych, (...).</p> <p><b>XII. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka.</b> Uczeń:</p> <p>2) oblicza (...) średnią ważoną.</p>

Klasa III – poziom rozszerzony

WYMAGANIA SZCZEGÓŁOWE Z PODSTAWY PROGRAMOWEJ	
WYRAŻENIA	
Wyrażenia wymierne	<p><b>II. Wyrażenia algebraiczne.</b> Zakres podstawowy Uczeń:</p> <p>1) stosuje wzory skróconego mnożenia na: <math>(a + b)^2</math>, <math>(a - b)^2</math>, <math>a^2 - b^2</math>;</p> <p>2) dodaje, odejmuje i mnoży wielomiany jednej i wielu zmiennych;</p> <p>3) wyłącza poza nawias jednomian z sumy algebraicznej.</p> <p><b>II. Wyrażenia algebraiczne.</b> Zakres rozszerzony Uczeń:</p> <p>1) dzieli wielomian jednej zmiennej <math>W(x)</math> przez dwumian postaci <math>x - a</math>;</p> <p>2) rozkłada wielomiany na czynniki metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias oraz metodą grupowania wyrazów;</p> <p>3) znajduje pierwiastki całkowite wielomianu o współczynnikach całkowitych;</p> <p>4) korzysta ze wzorów na: <math>a^3 + b^3</math>, <math>a^3 - b^3</math>, <math>a^n - b^n</math>, <math>(a + b)^n</math> i <math>(a - b)^n</math>.</p>
Równania wymierne	<p><b>III. Równania i nierówności.</b> Zakres podstawowy Uczeń:</p> <p>1) przekształca równania (...) w sposób równoważny, w tym na przykład przekształca równoważnie równanie <math>\frac{5}{x+1} = \frac{x+3}{2x-1}</math>.</p>

	<p><b>III. Równania i nierówności.</b> Zakres rozszerzony                  Uczeń:                  2) rozwiązuje równania (...) wymierne, które dadzą się sprowadzić do równania (...) liniowego lub kwadratowego.</p>
Nierówności wymierne	<p><b>III. Równania i nierówności.</b> Zakres rozszerzony                  Uczeń:                  1) rozwiązuje (...) nierówności wielomianowe typu: <math>W(x) &gt; 0</math>, <math>W(x) \geq 0</math>, <math>W(x) &lt; 0</math>, <math>W(x) \leq 0</math> dla wielomianów doprowadzonych do postaci iloczynowej lub takich, które dają się doprowadzić do postaci iloczynowej metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias lub metodą grupowania;                  2) rozwiązuje (...) nierówności wymierne, które dadzą się sprowadzić do nierówności (...) liniowej lub kwadratowej.</p>
Przekształcanie wyrażeń algebraicznych	<p><b>VI.* Równania z jedną niewiadomą.</b>                  Uczeń:                  5) przekształca proste wzory, aby wyznaczyć zadaną wielkość we wzorach geometrycznych(...) i fizycznych(...).</p>
Hiperbola. Przesuwanie hiperboli	<p><b>V. Funkcje.</b> Zakres podstawowy                  Uczeń:                  2) oblicza wartość funkcji zadanej wzorem algebraicznym;                  4) odczytuje z wykresu funkcji: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, przedziały monotoniczności, przedziały, w których funkcja przyjmuje wartości większe (nie mniejsze) lub mniejsze (nie większe) od danej liczby, największe i najmniejsze wartości funkcji (o ile istnieją) w danym przedziale domkniętym oraz argumenty, dla których wartości największe i najmniejsze są przez funkcję przyjmowane;                  12) na podstawie wykresu funkcji <math>y = f(x)</math> szkicuje wykresy funkcji <math>y = f(x - a)</math>, <math>y = f(x) + b</math>;                  13) posługuje się funkcją <math>f(x) = \frac{a}{x}</math>, w tym jej wykresem, do opisu i interpretacji zagadnień związanych z wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi, również w zastosowaniach praktycznych.  <b>V. Funkcje.</b> Zakres rozszerzony.                  Uczeń:                  1) na podstawie wykresu funkcji <math>y = f(x)</math> rysuje wykresy funkcji <math>y = -f(x)</math>, <math>y = f(-x)</math>.</p>
Funkcje wymierne	<p><b>V. Funkcje.</b> Zakres podstawowy                  Uczeń:                  12) na podstawie wykresu funkcji <math>y = f(x)</math> szkicuje wykresy funkcji <math>y = f(x - a)</math>, <math>y = f(x) + b</math>;                  13) posługuje się funkcją <math>f(x) = \frac{a}{x}</math>, w tym jej wykresem (...).  <b>V. Funkcje.</b> Zakres rozszerzony                  Uczeń:                  1) na podstawie wykresu funkcji <math>y = f(x)</math> rysuje wykresy funkcji <math>y = -f(x)</math>, <math>y = f(-x)</math>;                  3) dowodzi monotoniczności funkcji zadanej wzorem, jak w przykładzie: wykaż, że funkcja <math>f(x) = \frac{x-1}{x+2}</math> jest monotoniczna w przedziale <math>(-\infty, -2)</math>.</p>



<b>CIĄGI</b>	
Przykłady ciągów	<p><b>VI. Ciągi.</b> Zakres podstawowy                      Uczeń:                      1) oblicza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym;                      2) oblicza początkowe wyrazy ciągów określonych rekurencyjnie;                      3) w prostych przypadkach bada, czy ciąg jest rosnący, czy malejący.</p>
Ciąg arytmetyczny	<p><b>VI. Ciągi.</b> Zakres podstawowy                      Uczeń:                      2) oblicza początkowe wyrazy ciągów określonych rekurencyjnie;                      4) sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny (...);                      5) stosuje wzór na <math>n</math>-ty wyraz (...) ciągu arytmetycznego;                      7) wykorzystuje własności ciągów, w tym arytmetycznych (...) do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym.  <b>Twierdzenia, dowody.</b> Zakres podstawowy                      5. Wzór na <math>n</math>-ty wyraz (...) ciągu arytmetycznego (...).</p>
Suma wyrazów ciągu arytmetycznego	<p><b>VI. Ciągi.</b> Zakres podstawowy                      Uczeń:                      5) stosuje wzór na <math>n</math>-ty wyraz i na sumę <math>n</math> początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;                      7) wykorzystuje własności ciągów, w tym arytmetycznych (...), do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym.  <b>Twierdzenia, dowody.</b> Zakres podstawowy                      5. Wzór (...) sumę <math>n</math> początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego (...).</p>
Ciąg geometryczny	<p><b>VI. Ciągi.</b> Zakres podstawowy                      Uczeń:                      2) oblicza początkowe wyrazy ciągów określonych rekurencyjnie;                      4) sprawdza, czy dany ciąg jest (...) geometryczny;                      6) stosuje wzór na <math>n</math>-ty wyraz (...) ciągu geometrycznego;                      7) wykorzystuje własności ciągów, w tym arytmetycznych i geometrycznych, do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym.  <b>Twierdzenia, dowody.</b> Zakres podstawowy                      5. Wzór na <math>n</math>-ty wyraz (...) ciągu (...) geometrycznego.</p>
Suma wyrazów ciągu geometrycznego	<p><b>VI. Ciągi.</b> Zakres podstawowy                      Uczeń:                      6) stosuje wzór na <math>n</math>-ty wyraz i na sumę <math>n</math> początkowych wyrazów ciągu geometrycznego;                      7) wykorzystuje własności ciągów, w tym arytmetycznych i geometrycznych, do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym.  <b>Twierdzenia, dowody.</b> Zakres podstawowy</p>

	5. Wzór na (...) sumę $n$ początkowych wyrazów ciągu (...) geometrycznego.
Procent prosty i procent składany	<b>VI. Ciągi.</b> Zakres podstawowy Uczeń: 5) stosuje wzór (...) na sumę $n$ początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego; 6) stosuje wzór (...) na sumę $n$ początkowych wyrazów ciągu geometrycznego; 7) wykorzystuje własności ciągów, w tym arytmetycznych i geometrycznych, do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym.
Granice ciągów	<b>VI. Ciągi.</b> Zakres rozszerzony
Obliczanie granic	Uczeń: 1) oblicza granice ciągów, korzystając z granic ciągów typu $\frac{1}{n}$ , $\sqrt[n]{a}$ oraz twierdzeń o granicach sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych, a także twierdzenia o trzech ciągach.
Szereg geometryczny	<b>VI. Ciągi.</b> Zakres rozszerzony Uczeń: 2) rozpoznaje zbieżne szeregi geometryczne i oblicza ich sumę.
<b>PODOBIĘSTWO FIGUR</b>	
Twierdzenie Talesa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa	<b>VIII. Planimetria.</b> Zakres podstawowy Uczeń: 7) stosuje twierdzenie Talesa. <b>VIII. Planimetria.</b> Zakres rozszerzony 2) stosuje twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa.
Wielokąty podobne	<b>VIII. Planimetria.</b> Zakres podstawowy Uczeń: 7) stosuje twierdzenie Talesa. <b>VIII. Planimetria.</b> Zakres rozszerzony 2) stosuje twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa.
Cechy podobieństwa trójkątów	<b>VIII. Planimetria.</b> Zakres podstawowy Uczeń: 7) stosuje twierdzenie Talesa; 8) korzysta z cech podobieństwa trójkątów. <b>VIII. Planimetria.</b> Zakres rozszerzony 2) stosuje twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa.
Cechy podobieństwa trójkątów (cd.)	<b>VIII. Planimetria.</b> Zakres podstawowy Uczeń: 7) stosuje twierdzenie Talesa; 8) korzysta z cech podobieństwa trójkątów.

	<p><b>Twierdzenia, dowody.</b> Zakres podstawowy 7. Twierdzenie o odcinkach w trójkącie prostokątnym.</p> <p><b>VIII. Planimetria.</b> Zakres rozszerzony 2) stosuje twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa.</p>
Pola figur podobnych	<p><b>VIII. Planimetria.</b> Zakres podstawowy Uczeń: 7) stosuje twierdzenie Talesa; 8) korzysta z cech podobieństwa trójkątów; 9) wykorzystuje zależności między obwodami oraz między polami figur podobnych.</p> <p><b>VIII. Planimetria.</b> Zakres rozszerzony 2) stosuje twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa.</p>
<b>FUNKCJE TRYGNOMETRYCZNE</b>	
Funkcje trygonometryczne kąta ostrego	<p><b>VII. Trygonometria.</b> Zakres podstawowy Uczeń: 1) wykorzystuje definicje funkcji: sinus, cosinus i tangens dla kątów od <math>0^\circ</math> do <math>180^\circ</math>, w szczególności wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów <math>30^\circ</math>, <math>45^\circ</math>, <math>60^\circ</math>.</p>
Kąty o miarach dodatnich i ujemnych	<p><b>X. Oś liczbowa. Układ współrzędnych na płaszczyźnie</b> Uczeń: 2) znajduje współrzędne danych (na rysunku) punktów kratowych w układzie współrzędnych na płaszczyźnie; 3) rysuje w układzie współrzędnych na płaszczyźnie punkty kratowe o danych współrzędnych całkowitych (dowolnego znaku).</p>
Funkcje trygonometryczne dowolnego kąta	<p><b>VII. Trygonometria.</b> Zakres rozszerzony Uczeń: 3) wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych.</p>
Podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi	<p><b>VII. Trygonometria.</b> Zakres podstawowy Uczeń: 2) korzysta z wzorów <math>\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1</math>, <math>\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}</math>.</p>
Wykres funkcji $y = \sin \alpha$	<p><b>VII. Trygonometria.</b> Zakres rozszerzony Uczeń: 2) posługuje się wykresami funkcji trygonometrycznych: sinus(...); 3) wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych.</p>
Wykres funkcji $y = \cos \alpha$	<p><b>VII. Trygonometria.</b> Zakres rozszerzony Uczeń: 2) posługuje się wykresami funkcji trygonometrycznych: (...) cosinus, (...); 3) wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych.</p>

Wykres funkcji $y = \operatorname{tg} \alpha$	<b>VII. Trygonometria.</b> Zakres rozszerzony Uczeń: 2) posługuje się wykresami funkcji trygonometrycznych: (...) tangens; 3) wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych.
Wzory redukcyjne	<b>VII. Trygonometria.</b> Zakres rozszerzony Uczeń: 4) stosuje wzory redukcyjne dla funkcji trygonometrycznych.
Miara łukowa kąta	<b>VII. Trygonometria.</b> Zakres rozszerzony Uczeń: 1) stosuje miarę łukową, zamienia stopnie na radiany i odwrotnie.
Funkcje trygonometryczne zmiennej rzeczywistej	<b>VII. Trygonometria.</b> Zakres rozszerzony Uczeń: 1) stosuje miarę łukową, zamienia stopnie na radiany i odwrotnie; 3) wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych.
Funkcje o wzorach $y = \sin ax,$ $y = a \sin x \dots$	<b>VII. Trygonometria.</b> Zakres rozszerzony Uczeń: 2) posługuje się wykresami funkcji trygonometrycznych: sinus, cosinus i tangens; 3) wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych.
Równania trygonometryczne	<b>VII. Trygonometria.</b> Zakres rozszerzony Uczeń: 3) wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych; 4) stosuje wzory redukcyjne dla funkcji trygonometrycznych; 6) rozwiązuje równania trygonometryczne.
Sinus, cosinus i tangens sumy i różnicy kątów	<b>VII. Trygonometria.</b> Zakres rozszerzony Uczeń: 5) korzysta z wzorów na sinus, cosinus i tangens sumy i różnicy kątów, a także na funkcje trygonometryczne kątów podwojonych. <b>Twierdzenia, dowody.</b> Zakres rozszerzony 5. Wzory na sinus i cosinus sumy i różnicy kątów.
<b>GEOMETRIA ANALITYCZNA</b>	
Punkty i odcinki w układzie współrzędnych	<b>IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej.</b> Zakres podstawowy Uczeń: 3) oblicza odległość dwóch punktów w układzie współrzędnych; 5) wyznacza obrazy (...) wielokątów w symetriach osiowych względem osi układu współrzędnych, symetrii środkowej (o środku w początku układu współrzędnych). <b>X*. Oś liczbowa. Układ współrzędnych na płaszczyźnie.</b> Uczeń:

	4) znajduje środek odcinka, którego końce mają dane współrzędne (całkowite lub wymierne) oraz znajduje współrzędne drugiego końca odcinka, gdy dany jest jeden koniec i środek.
Równanie prostej	<p><b>IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej.</b> Zakres podstawowy</p> <p>Uczeń:</p> <p>1) rozpoznaje wzajemne położenie prostych na płaszczyźnie na podstawie ich równań, w tym znajduje wspólny punkt dwóch prostych, jeśli taki istnieje;</p> <p>2) posługuje się równaniami prostych na płaszczyźnie, w postaci kierunkowej i ogólnej, w tym wyznacza równanie prostej o zadanych własnościach (takich jak na przykład przechodzenie przez dwa dane punkty, znany współczynnik kierunkowy, równoległość do innej prostej).</p> <p><b>IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej.</b> Zakres rozszerzony</p> <p>Uczeń:</p> <p>4) wyznacza równanie prostej prostopadłej do zadanej prostej.</p>
Równanie prostej (cd.)	<p><b>IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej.</b> Zakres podstawowy</p> <p>Uczeń:</p> <p>2) posługuje się równaniami prostych na płaszczyźnie, w postaci kierunkowej i ogólnej, w tym wyznacza równanie prostej o zadanych własnościach (takich jak na przykład przechodzenie przez dwa dane punkty, znany współczynnik kierunkowy, równoległość do innej prostej).</p> <p><b>IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej.</b> Zakres rozszerzony</p> <p>Uczeń:</p> <p>4) wyznacza równanie prostej prostopadłej do zadanej prostej.</p>
Równanie okręgu	<p><b>IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej.</b> Zakres podstawowy</p> <p>Uczeń:</p> <p>2) posługuje się równaniami prostych na płaszczyźnie, w postaci kierunkowej i ogólnej, w tym wyznacza równanie prostej o zadanych własnościach (takich jak na przykład przechodzenie przez dwa dane punkty, znany współczynnik kierunkowy, równoległość do innej prostej);</p> <p>4) posługuje się równaniem okręgu <math>(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2</math>.</p> <p><b>IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej.</b> Zakres rozszerzony</p> <p>Uczeń:</p> <p>4) wyznacza równanie prostej prostopadłej do zadanej prostej i prostej stycznej do danego okręgu.</p>

<p>Interpretacja geometryczna układu równań</p>	<p><b>IV. Układy równań.</b> Zakres podstawowy                  Uczeń:                  1) (...) podaje interpretacje geometryczną układów oznaczonych, nieoznaczonych i sprzecznych.  <b>IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej.</b> Zakres rozszerzony                  Uczeń:                  2) znajduje punkty wspólne prostej i okręgu oraz prostej i paraboli będącej wykresem funkcji kwadratowej;                  3) znajduje punkty wspólne dwóch okręgów.  <b>IV. Układy równań.</b> Zakres rozszerzony                  Uczeń:                  rozwiązuje układy równań liniowych i kwadratowych z dwiema niewiadomymi, które można sprowadzić do równania kwadratowego lub liniowego, a które nie są trudniejsze niż <math>\begin{cases} x^2 + y^2 + ax + by = c \\ x^2 + y^2 + dx + ey = f \end{cases}</math>.</p>
<p><b>STEREOMETRIA</b></p>	
<p>Wielościany i inne figury przestrzenne</p>	<p><b>X. Stereometria.</b> Zakres podstawowy                  Uczeń:                  3) rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi) (...) oblicza miary tych kątów;                  5) oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów, (...), również z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych twierdzeń.</p>
<p>Figury obrotowe i inne figury przestrzenne</p>	<p><b>X. Stereometria.</b> Zakres podstawowy                  Uczeń:                  4) rozpoznaje w walcach i w stożkach kąt między odcinkami (...), oblicza miary tych kątów;                  5) oblicza objętości i pola powierzchni (...) walca, stożka i kuli, również z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych twierdzeń.</p>
<p>Proste i płaszczyzny w przestrzeni</p>	<p><b>X. Stereometria.</b> Zakres podstawowy                  Uczeń:                  1) rozpoznaje wzajemne położenie prostych w przestrzeni, w szczególności proste prostopadłe nieprzecinające się;                  2) posługuje się pojęciem kąta między prostą a płaszczyzną oraz pojęciem kąta dwuściennego między półpłaszczyznami;                  3) rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi) oraz kąty między ścianami, oblicza miary tych kątów;                  4) rozpoznaje w walcach i w stożkach kąt między odcinkami oraz kąt między odcinkami i płaszczyznami (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą), oblicza miary tych kątów.  <b>X. Stereometria.</b> Zakres rozszerzony                  Uczeń:                  1) zna i stosuje twierdzenie o prostej prostopadłej do płaszczyzny i o trzech prostopadłych.  <b>Twierdzenia, dowody.</b> Zakres rozszerzony.                  10. Twierdzenie o prostej prostopadłej do płaszczyzny.</p>

	11. Twierdzenie o trzech prostopadłych.
Przekroje graniastosłupów i ostrosłupów	<b>X. Stereometria.</b> Zakres rozszerzony Uczeń: 2) wyznacza przekroje sześcianu i ostrosłupów prawidłowych oraz oblicza ich pola, także z wykorzystaniem trygonometrii.
Bryły podobne	<b>X. Stereometria.</b> Zakres podstawowy Uczeń: 6) wykorzystuje zależność między objętościami brył podobnych.

Klasa IV – poziom podstawowy

TEMAT	WYMAGANIA SZCZEGÓŁOWE Z PODSTAWY PROGRAMOWEJ
<b>GEOMETRIA ANALITYCZNA</b>	
Punkty i odcinki w układzie współrzędnych	<b>IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej.</b> Uczeń: 3) oblicza odległość dwóch punktów w układzie współrzędnych; 5) wyznacza obrazy (...) wielokątów w symetriach osiowych względem osi układu współrzędnych, symetrii środkowej (o środku w początku układu współrzędnych). <b>X.* Oś liczbowa. Układ współrzędnych na płaszczyźnie.</b> Uczeń: 4) znajduje środek odcinka, którego końce mają dane współrzędne (całkowite lub wymierne) oraz znajduje współrzędne drugiego końca odcinka, gdy dany jest jeden koniec i środek.
Równanie prostej	<b>IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej.</b> Uczeń: 1) rozpoznaje wzajemne położenie prostych na płaszczyźnie na podstawie ich równań, w tym znajduje wspólny punkt dwóch prostych, jeśli taki istnieje; 2) posługuje się równaniami prostych na płaszczyźnie, w postaci kierunkowej i ogólnej, w tym wyznacza równanie prostej o zadanych własnościach (takich jak np. przechodzenie przez dwa dane punkty, znany współczynnik kierunkowy, równoległość do innej prostej).
Równanie prostej (cd.)	<b>IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej.</b> Uczeń: 2) posługuje się równaniami prostych na płaszczyźnie, w postaci kierunkowej i ogólnej, w tym wyznacza równanie prostej o zadanych własnościach (takich jak np. przechodzenie przez dwa dane punkty, znany współczynnik kierunkowy, równoległość do innej prostej).
Równanie okręgu	<b>IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej.</b> Uczeń: 2) posługuje się równaniami prostych na płaszczyźnie, w postaci kierunkowej i ogólnej, w tym wyznacza równanie prostej o zadanych własnościach; 4) posługuje się równaniem okręgu $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ .

Interpretacja geometryczna układu równań	<p><b>IV. Układy równań.</b> Uczeń: 1) rozwiązuje układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi, podaje interpretację geometryczną układów oznaczonych, nieoznaczonych i sprzecznych.</p> <p><b>IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej.</b> Uczeń: 1) rozpoznaje wzajemne położenie prostych na płaszczyźnie na podstawie ich równań, w tym znajduje wspólny punkt dwóch prostych, jeśli taki istnieje.</p>
<b>PRAWDOPODOBIENSTWO</b>	
Prawdopodobieństwo – podstawowe pojęcia	<p><b>XI. Kombinatoryka.</b> Uczeń: 1) zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych.</p> <p><b>XII. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka.</b> Uczeń: 1) oblicza prawdopodobieństwo w modelu klasycznym.</p>
Obliczanie prawdopodobieństwa	<b>XII. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka.</b> Uczeń: 1) oblicza prawdopodobieństwo w modelu klasycznym.
Drzewka	<b>XII. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka.</b> Uczeń: 1) oblicza prawdopodobieństwo w modelu klasycznym.
Zasada mnożenia i zasada dodawania	<b>XI. Kombinatoryka.</b> Uczeń: 2) zlicza obiekty, stosując reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) dla dowolnej liczby czynności.
Obliczanie prawdopodobieństwa (cd.)	<b>XII. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka.</b> Uczeń: 1) oblicza prawdopodobieństwo w modelu klasycznym.

Klasa IV – poziom rozszerzony

TEMAT	WYMAGANIA SZCZEGÓŁOWE Z PODSTAWY PROGRAMOWEJ
<b>PRAWDOPODOBIENSTWO CZ. 1</b>	
Prawdopodobieństwo – podstawowe pojęcia	<p><b>XI. Kombinatoryka.</b> Zakres podstawowy Uczeń: 1) zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych.</p> <p><b>XII. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka.</b> Zakres podstawowy Uczeń: 1) oblicza prawdopodobieństwo w modelu klasycznym.</p>
Obliczanie prawdo-podobieństwa	<b>XII. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka.</b> Zakres podstawowy Uczeń: 1) oblicza prawdopodobieństwo w modelu klasycznym.



Drzewka	<p><b>XII. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka.</b> Zakres podstawowy</p> <p>Uczeń:</p> <p>1) oblicza prawdopodobieństwo w modelu klasycznym.</p>
Zasada mnożenia i zasada dodawania	<p><b>XI. Kombinatoryka.</b> Zakres podstawowy</p> <p>Uczeń:</p> <p>2) zlicza obiekty, stosując reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) dla dowolnej liczby czynności.</p> <p><b>XI. Kombinatoryka.</b> Zakres rozszerzony</p> <p>Uczeń:</p> <p>1) oblicza liczbę możliwych sytuacji, spełniających określone kryteria, z wykorzystaniem reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) (...).</p>
Wariacje	<p><b>XI. Kombinatoryka.</b> Zakres rozszerzony</p> <p>Uczeń:</p> <p>1) oblicza liczbę możliwych sytuacji, spełniających określone kryteria, z wykorzystaniem reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) oraz wzorów na liczbę: permutacji (...) i wariacji, również w przypadkach wymagających rozważenia złożonego modelu zliczania elementów.</p>
Kombinacje	<p><b>XI. Kombinatoryka. Zakres rozszerzony.</b></p> <p>Uczeń:</p> <p>1) oblicza liczbę możliwych sytuacji, spełniających określone kryteria, z wykorzystaniem reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) oraz wzorów na liczbę: (...) kombinacji (...), również w przypadkach wymagających rozważenia złożonego modelu zliczania elementów.</p>
Dwumian Newtona	<p><b>XI. Kombinatoryka. Zakres rozszerzony.</b></p> <p>Uczeń:</p> <p>2) stosuje współczynnik dwumianowy (symbol Newtona) i jego własności przy rozwiązywaniu problemów kombinatorycznych.</p> <p><b>Twierdzenia, dowody.</b> Zakres rozszerzony</p> <p>1. Dowód kombinatoryczny tożsamości: jeśli <math>0 &lt; k &lt; n</math>, to <math>\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}</math>.</p>
Kombinatoryka i prawdopodobieństwo	<p><b>XII. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka.</b> Zakres podstawowy</p> <p>Uczeń:</p> <p>1) oblicza prawdopodobieństwo w modelu klasycznym.</p> <p><b>XI. Kombinatoryka.</b> Zakres rozszerzony</p> <p>Uczeń:</p> <p>1) oblicza liczbę możliwych sytuacji, spełniających określone kryteria, z wykorzystaniem reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) oraz wzorów na liczbę: permutacji, kombinacji i wariacji, również w przypadkach wymagających rozważenia złożonego modelu zliczania elementów.</p>

<b>PRAWDOPODOBIENSTWO CZ. 2</b>	
Suma i iloczyn zdarzeń	<b>XII. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka.</b> Zakres podstawowy Uczeń: 1) oblicza prawdopodobieństwo w modelu klasycznym.
Prawdopodobieństwo warunkowe	<b>XII. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka.</b> Zakres rozszerzony Uczeń: 1) oblicza prawdopodobieństwo warunkowe (...).
Prawdopodobieństwo całkowite	<b>XII. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka.</b> Zakres rozszerzony Uczeń: 1) (...) stosuje wzór Bayesa, stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym.
Zdarzenia niezależne	<b>XII. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka.</b> Zakres podstawowy Uczeń: 1) oblicza prawdopodobieństwo w modelu klasycznym.
Schemat Bernoulliego	<b>XII. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka.</b> Zakres rozszerzony Uczeń: 2) stosuje schemat Bernoulliego.
<b>GRANICE FUNKCJI</b>	
Granice funkcji – intuicje	<b>XIII. Optymalizacja i rachunek różniczkowy.</b> Zakres rozszerzony Uczeń: 1) oblicza granice funkcji (w tym jednostronne).
Granice funkcji – definicje	<b>XIII. Optymalizacja i rachunek różniczkowy.</b> Zakres rozszerzony Uczeń: 1) oblicza granice funkcji (w tym jednostronne).
Funkcje ciągłe	<b>XIII. Optymalizacja i rachunek różniczkowy.</b> Zakres rozszerzony Uczeń: 1) oblicza granice funkcji (w tym jednostronne).
Twierdzenie Darboux	<b>XIII. Optymalizacja i rachunek różniczkowy.</b> Zakres rozszerzony Uczeń: 2) stosuje własność Darboux do uzasadniania istnienia miejsca zerowego funkcji.
Obliczanie granic	<b>XIII. Optymalizacja i rachunek różniczkowy.</b> Zakres rozszerzony Uczeń: 1) oblicza granice funkcji (w tym jednostronne).
Obliczanie granic (cd.)	<b>XIII. Optymalizacja i rachunek różniczkowy.</b> Zakres rozszerzony. Uczeń: 1) oblicza granice funkcji (w tym jednostronne).

<b>POCHODNA FUNKCJI</b>	
Pochodna funkcji w punkcie	<b>XIII. Optymalizacja i rachunek różniczkowy.</b> Zakres rozszerzony. Uczeń: 3) stosuje definicję pochodnej funkcji, podaje interpretację geometryczną (...).
Pochodna funkcji	<b>XIII. Optymalizacja i rachunek różniczkowy.</b> Zakres rozszerzony. Uczeń: 4) oblicza pochodną funkcji potęgowej o wykładniku rzeczywistym oraz oblicza pochodną, korzystając z twierdzeń o pochodnej sumy, różnicy, iloczynu, ilorazu (...).
Pochodna funkcji złożonej	<b>XIII. Optymalizacja i rachunek różniczkowy.</b> Zakres rozszerzony. Uczeń: 4) oblicza pochodną, korzystając z twierdzeń o pochodnej (...) funkcji złożonej.
Monotoniczność funkcji	<b>XIII. Optymalizacja i rachunek różniczkowy.</b> Zakres rozszerzony Uczeń: 5) stosuje pochodną do badania monotoniczności funkcji.
Ekstrema	<b>XIII. Optymalizacja i rachunek różniczkowy.</b> Zakres rozszerzony Uczeń: 5) stosuje pochodną do badania monotoniczności funkcji.
Zastosowania pochodnej	<b>XIII. Optymalizacja i rachunek różniczkowy.</b> Zakres rozszerzony. Uczeń: 5) stosuje pochodną do badania monotoniczności funkcji; 6) rozwiązuje zadania optymalizacyjne z zastosowaniem pochodnej.
Zastosowania pochodnej (cd.)	<b>XIII. Optymalizacja i rachunek różniczkowy.</b> Zakres rozszerzony Uczeń: 3) stosuje definicję pochodnej funkcji, podaje interpretację (...) fizyczną pochodnej; 6) rozwiązuje zadania optymalizacyjne z zastosowaniem pochodnej.

\* Zagadnienia z podstawy programowej dla szkoły podstawowej dla klas VII-VIII

(...) Oznacza, że zapis z podstawy został skrócony – pominięte zostały te treści, które nie są realizowane przy danym zagadnieniu (zostały uwzględnione wcześniej, albo będą uzupełnione później)